

α) Είναι

$$|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = \left| |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \cdot \cos(\angle \vec{\alpha}, \vec{\beta}) \right| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \cdot \left| \cos(\angle \vec{\alpha}, \vec{\beta}) \right| \leq |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$$

διότι $\left| \cos(\angle \vec{\alpha}, \vec{\beta}) \right| \leq 1$

β) Από την τριγωνική ανισότητα ξέρουμε ότι για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει :

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$$

Άρα και για το αντίθετο διάνυσμα του $\vec{\beta}, -\vec{\beta}$ θα είναι :

$$|\vec{\alpha} + (-\vec{\beta})| \leq |\vec{\alpha}| + |-\vec{\beta}| \Rightarrow |\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$$

Αφού το $-\vec{\beta}$ έχει ίδιο μέτρο με το $\vec{\beta}$