

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

5.25 1)

$$\text{Είναι } \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{και } \cos(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \angle(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) \leq 180^\circ$$

Επομένως $\cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \cos(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) \Rightarrow (\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = (\vec{\gamma}, \vec{\beta})$ που σημαίνει ότι το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ διχοτομεί την γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

5.25 2)

$$\text{Είναι } \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \frac{4 \cdot 3 - 3 \cdot 3}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2}} = \frac{3}{5 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\text{και } \cos(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) = \frac{3(-6) + 3 \cdot 8}{\sqrt{3^2 + 3^2} \cdot \sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{6}{3\sqrt{2} \cdot 10} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \angle(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) \leq 180^\circ$$

$$\text{Επομένως } \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \cos(\vec{\gamma}, \vec{\beta}) \Rightarrow (\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = (\vec{\gamma}, \vec{\beta})$$

που σημαίνει ότι το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ διχοτομεί την γωνία των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$

5.25 3)

$$\text{Είναι } \cos(\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = \frac{3 \cdot 4 - 2}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}} = \frac{10}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$\text{και } \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \frac{4 \cdot 2 + 2 \cdot 6}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 6^2}} = \frac{20}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{40}} = \frac{20}{2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}}$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \leq 180^\circ$$

$$\text{Επομένως } \cos(\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \Rightarrow (\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = (\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$$

που σημαίνει ότι το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ διχοτομεί την γωνία των $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$

5.25 4)

$$\text{Είναι } \cos(\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = \frac{2 \cdot 7 + 6 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{7^2 + 1^2}} = \frac{20}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{50}} = \frac{20}{\sqrt{1000}} = \frac{20}{10\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\text{και } \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \frac{2 \cdot (-4) + 6 \cdot 4}{\sqrt{2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 4^2}} = \frac{16}{\sqrt{20} \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \angle(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \leq 180^\circ$$

$$\text{Επομένως } \cos(\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = \cos(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) \Rightarrow (\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = (\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$$

που σημαίνει ότι το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ διχοτομεί την γωνία των $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$