

Έστω $\Delta(x, y)$ το σημείο της ΒΓ για το οποίο ισχύει $B\Delta = \frac{1}{3}\Delta\Gamma$.

Είναι $\overrightarrow{B\Delta} = (x-1, y-2)$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = (9-x, -2-y)$. Άρα είναι :

$$\overrightarrow{B\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\Delta\Gamma} \Leftrightarrow (x-1, y-2) = \frac{1}{3}(9-x, -2-y) \Leftrightarrow 3(x-1, y-2) = (9-x, -2-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3x-3, 3y-6) = (9-x, -2-y) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-3=9-x \\ 3y-6=-2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=12 \\ 4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

Άρα $\Delta(3,1)$. Έστω τώρα $A(x, y)$ οι συντεταγμένες της κορυφής Α. Είναι:

$$\overrightarrow{A\Delta} = -4\overrightarrow{KA} \Leftrightarrow (3-x-1, 1-y) = -4(x-6, y-4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3-x, 1-y) = (-4x+24, -4y+16) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=-4x+24 \\ 1-y=-4y+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=21 \\ 3y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=5 \end{cases}$$

Άρα η κορυφή Α έχει συντεταγμένες $A(7,5)$