

α) i) Έστω $\Delta(x, y)$ το ζητούμενο σημείο.

Τότε είναι $\overrightarrow{A\Delta} = (x-1, y-2)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (6, 3)$

$$\text{Έχουμε } \overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A\Gamma} \Leftrightarrow (x-1, y-2) = \frac{1}{3}(6, 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1, y-2) = (2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

Επομένως είναι $\Delta(3, 3)$

ii) Έστω $E(x, y)$ το ζητούμενο σημείο.

Τότε είναι $\overrightarrow{AE} = (x-1, y-2)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (6, 3)$

$$\text{Έχουμε } \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A\Gamma} \Leftrightarrow (x-1, y-2) = \frac{2}{3}(6, 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1, y-2) = (4, 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$$

Επομένως είναι $E(5, 4)$

iii) Το μέσο M της $\overline{B\Gamma}$ έχει συντεταγμένες $M\left(\frac{-9+7}{2}, \frac{7+5}{2}\right)$ ή $M(-1, 6)$

iv) Το μέσο K της $\overline{AM}$ έχει συντεταγμένες $K\left(\frac{1-1}{2}, \frac{2+6}{2}\right)$ ή $K(0, 4)$

β) i) Είναι $\overrightarrow{K\Delta} = (3-0, 3-4) = (3, -1)$ και $\overrightarrow{ME} = (5-(-1), 4-6) = (6, -2)$

Επομένως $\overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{K\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{ME} // \overrightarrow{K\Delta}$ και μάλιστα

ii) $|\overrightarrow{ME}| = 2|\overrightarrow{K\Delta}|$