

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

4.53 1)

Έστω $\vec{\beta}$ το ζητούμενο διάνυσμα. Επειδή $\vec{\beta} // \vec{\alpha}$, θα υπάρχει $\lambda \in \mathbb{R}$ με

$$\vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \lambda(-6, 8) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (-6\lambda, 8\lambda)$$

Και επειδή το $\vec{\beta}$ έχει μέτρο 5, θα είναι

$$|\vec{\beta}| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(-6\lambda)^2 + (8\lambda)^2} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{36\lambda^2 + 64\lambda^2} = 5 \Leftrightarrow 100\lambda^2 = 25 \Leftrightarrow \lambda^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \lambda = \pm \frac{1}{2}$$

Οπότε έχουμε

$$\text{για } \lambda = \frac{1}{2} \text{ είναι } \vec{\beta} = (-3, 4) \text{ και για } \lambda = -\frac{1}{2} \text{ είναι } \vec{\beta} = (3, -4)$$

4.53 2)

Έστω $\vec{\beta}$ το ζητούμενο διάνυσμα. Επειδή $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, θα υπάρχει $\lambda \in \mathbb{R}$ με

$$\vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \lambda(-9, 12) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (-9\lambda, 12\lambda). \text{ Και επειδή το } \vec{\beta} \text{ έχει μέτρο 3, θα είναι:}$$

$$|\vec{\beta}| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(-9\lambda)^2 + (12\lambda)^2} = 3 \Leftrightarrow 81\lambda^2 + 144\lambda^2 = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 225\lambda^2 = 9 \Leftrightarrow \lambda^2 = \frac{9}{225} \Leftrightarrow \lambda^2 = \frac{1}{25} \Leftrightarrow \lambda = \pm \frac{1}{5}$$

$$\text{Οπότε έχουμε για } \lambda = \frac{1}{5} \text{ είναι } \vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \frac{1}{5}(-9, 12) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (-1.8, 2.4) \text{ και}$$

$$\text{για } \lambda = -\frac{1}{5} \text{ είναι } \vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = -\frac{1}{5}(-9, 12) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (1.8, -2.4)$$

4.53 3)

Έστω $\vec{\beta}$ το ζητούμενο διάνυσμα. Επειδή $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$, θα υπάρχει $\lambda > 0$ με

$$\vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \lambda(4, -3) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (4\lambda, -3\lambda). \text{ Και επειδή το } \vec{\beta} \text{ έχει μέτρο 10, θα είναι:}$$

$$|\vec{\beta}| = 10 \Leftrightarrow \sqrt{(4\lambda)^2 + (-3\lambda)^2} = 10 \Leftrightarrow 16\lambda^2 + 9\lambda^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25\lambda^2 = 100 \Leftrightarrow \lambda^2 = 4 \stackrel{\lambda > 0}{\Leftrightarrow} \lambda = 2$$

$$\text{Οπότε για } \lambda = 2 \text{ έχουμε } \vec{\beta} = (8, -6)$$

4.53 4)

Έστω $\vec{\beta}$ το ζητούμενο διάνυσμα. Επειδή $\vec{\alpha} \downarrow \vec{\beta}$, θα υπάρχει $\lambda < 0$ με

$$\vec{\beta} = \lambda \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \lambda(6, -8) \Leftrightarrow \vec{\beta} = (6\lambda, -8\lambda). \text{ Και επειδή το } \vec{\beta} \text{ έχει μέτρο 20, θα είναι:}$$

$$|\vec{\beta}| = 20 \Leftrightarrow \sqrt{(6\lambda)^2 + (-8\lambda)^2} = 20 \Leftrightarrow 36\lambda^2 + 64\lambda^2 = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100\lambda^2 = 400 \Leftrightarrow \lambda^2 = 4 \stackrel{\lambda < 0}{\Leftrightarrow} \lambda = -2$$

$$\text{Οπότε για } \lambda = -2 \text{ έχουμε } \vec{\beta} = (-12, 16)$$