

## 4.52 1)

Για να είναι αντίρροπα τα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  πρέπει να υπάρχει  $\lambda < 0$  με  $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$

$$\begin{aligned} \text{Όμως } \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} &\Leftrightarrow (x, 8) = \lambda \cdot (2, x) \Leftrightarrow (x, 8) = (2\lambda, x\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ x\lambda = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ (2\lambda)\lambda = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ 2\lambda^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ \lambda^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\lambda < 0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(-2) \\ \lambda = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ \lambda = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα τα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι αντίρροπα για  $x = -4$  και μάλιστα θα είναι  $\vec{\alpha} = -2\vec{\beta}$

## 4.52 2)

Για να είναι ομόρροπα τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  πρέπει να υπάρχει  $\lambda > 0$  με  $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ .

$$\text{Όμως } \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow (4, x) = \lambda(x, 9) \Leftrightarrow (4, x) = (\lambda x, 9\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda x = 4 \\ 9\lambda = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9\lambda^2 = 4 \\ 9\lambda = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda^2 = \frac{4}{9} \\ 9\lambda = x \end{cases} \xrightarrow{\lambda > 0} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{2}{3} \\ x = 6 \end{cases}$$

Άρα τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι ομόρροπα για  $x = 6$  και μάλιστα είναι  $\vec{\alpha} = \frac{2}{3}\vec{\beta}$

## 4.52 3)

Για να είναι ομόρροπα τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  πρέπει να υπάρχει  $\lambda > 0$  με  $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ .

$$\text{Όμως } \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow (\kappa^2, 2) = \lambda(2\kappa, 4) \Leftrightarrow (\kappa^2, 2) = (2\kappa\lambda, 4\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \kappa^2 = 2\kappa\lambda \\ 2 = 4\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa^2 = \kappa \\ \lambda = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa(\kappa - 1) = 0 \\ \lambda = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = 0 \text{ ή } \kappa = 1 \\ \lambda = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Άρα τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι ομόρροπα για  $\kappa = 0$  ή  $\kappa = 1$  και μάλιστα είναι  $\vec{\alpha} = \frac{1}{2}\vec{\beta}$

## 4.52 4)

Τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι αντίρροπα, άρα υπάρχει  $\lambda < 0$  ώστε:

$$\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow (\kappa + 1, -2) = \lambda(-6, \kappa + 2) \Leftrightarrow (\kappa + 1, -2) = (-6\lambda, \kappa\lambda + 2\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \kappa + 1 = -6\lambda \\ -2 = \kappa\lambda + 2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = -1 - 6\lambda \\ -2 = (-1 - 6\lambda)\lambda + 2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = -1 - 6\lambda \\ -2 = -\lambda - 6\lambda^2 + 2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = -1 - 6\lambda \\ 6\lambda^2 - \lambda - 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\lambda < 0} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = 2 \\ \lambda = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Άρα τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι αντίρροπα για  $\kappa = 2$  και μάλιστα είναι  $\vec{\alpha} = -\frac{1}{2}\vec{\beta}$