

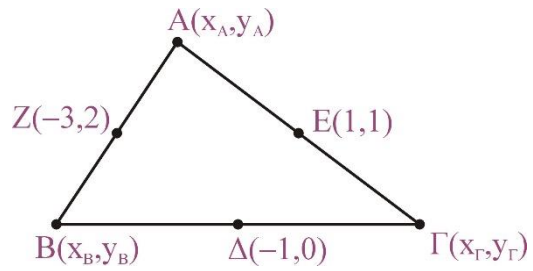
4.43 1)

Έστω $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου. Τότε

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -3 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \quad (2)$$

$$\frac{x_A + x_\Gamma}{2} = 1 \quad (3) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_\Gamma}{2} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{x_B + x_\Gamma}{2} = -1 \quad (5) \quad \text{και} \quad \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = 0 \quad (6)$$



Οι εξισώσεις (1), (2) και (3) μας δίνουν το σύστημα

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = -3 \\ \frac{x_A + x_\Gamma}{2} = 1 \\ \frac{x_B + x_\Gamma}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = -6 \\ x_A + x_\Gamma = 2 \\ x_B + x_\Gamma = -2 \end{cases}$$

Ένας σύντομος τρόπος για να λύσουμε το παραπάνω σύστημα είναι να προσθέσουμε κατά μέλη και τις τρεις εξισώσεις και παίρνουμε $2x_A + 2x_B + 2x_\Gamma = -6 + \cancel{-2} - \cancel{2} \Rightarrow x_A + x_B + x_\Gamma = -3$. Οπότε

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -3 \xRightarrow{x_A + x_B = -6} x_\Gamma = 3$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -3 \xRightarrow{x_A + x_\Gamma = 2} x_B = -5$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -3 \xRightarrow{x_B + x_\Gamma = -2} x_A = -1$$

Ομοίως λύνουμε και το σύστημα των εξισώσεων (2), (4) και (6) και βρίσκουμε $y_A = 3$, $y_B = 1$ και $y_\Gamma = -1$

Έτσι τελικά οι κορυφές του τριγώνου έχουν συντεταγμένες $A(-1, 3)$, $B(-5, 1)$ και $\Gamma(3, -1)$

4.43 2)

Έστω $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου. Τότε:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{x_A + x_\Gamma}{2} = -1 \quad (3) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_\Gamma}{2} = 5 \quad (4)$$

$$\frac{x_B + x_\Gamma}{2} = -2 \quad (5) \quad \text{και} \quad \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = 2 \quad (6)$$

Οι εξισώσεις (1), (3) και (5) μας δίνουν το σύστημα

$$\begin{cases} x_A + x_B = 4 \\ x_A + x_\Gamma = -2 \\ x_B + x_\Gamma = -4 \end{cases}$$

Πρόθεση κατά μέλη: $2(x_A + x_B + x_\Gamma) = -2 \Rightarrow x_A + x_B + x_\Gamma = -1$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -1 \xRightarrow{x_A + x_B = 4} x_\Gamma = -5$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -1 \xRightarrow{x_A + x_\Gamma = -2} x_B = 1$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = -1 \xRightarrow{x_B + x_\Gamma = -4} x_A = 3$$

Ομοίως λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (2), (4), (6) και βρίσκουμε:

$y_A = 4$, $y_B = -2$, $y_\Gamma = 6$. Έτσι τελικά οι κορυφές του τριγώνου έχουν συντεταγμένες

$A(3, 4)$, $B(1, -2)$, $\Gamma(-5, 6)$

4.43 3)

Έστω $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ οι κορυφές του τριγώνου, τότε:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 1 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \quad (2)$$

$$\frac{x_A + x_\Gamma}{2} = 2 \quad (3) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_\Gamma}{2} = 3 \quad (4)$$

$$\frac{x_B + x_\Gamma}{2} = -1 \quad (5) \quad \text{και} \quad \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = 4 \quad (6)$$

$$\text{Οι } (1), (3), (5) : \begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A + x_\Gamma = 4 \\ x_B + x_\Gamma = -2 \end{cases}$$

Πρόθεση κατά μέλη: $x_A + x_B + x_\Gamma = 2$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 2 \xRightarrow{x_A + x_B = 2} x_\Gamma = 0$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 2 \xRightarrow{x_A + x_\Gamma = 4} x_B = -2$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 2 \xRightarrow{x_B + x_\Gamma = -2} x_A = 4$$

Ομοίως λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (2) , (4) , (6) και βρίσκουμε:

$y_A = -3$, $y_B = -1$, $y_\Gamma = 9$. Άρα οι κορυφές του τριγώνου είναι οι

$A(4, -3)$, $B(-2, -1)$, $\Gamma(0, 9)$

4.43 4)

Έστω $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$. Τότε:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \quad (2)$$

$$\frac{x_A + x_\Gamma}{2} = 1 \quad (3) \quad \text{και} \quad \frac{y_A + y_\Gamma}{2} = 4 \quad (4)$$

$$\frac{x_B + x_\Gamma}{2} = 3 \quad (5) \quad \text{και} \quad \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = 1 \quad (6)$$

$$\text{Οι } (1), (3), (5) : \begin{cases} x_A + x_B = 4 \\ x_A + x_\Gamma = 2 \\ x_B + x_\Gamma = 6 \end{cases}$$

Πρόθεση κατά μέλη: $x_A + x_B + x_\Gamma = 6$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 6 \xRightarrow{x_A + x_B = 4} x_\Gamma = 2$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 6 \xRightarrow{x_A + x_\Gamma = 2} x_B = 4$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 6 \xRightarrow{x_B + x_\Gamma = 6} x_A = 0$$

Ομοίως λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (2) , (4) , (6) και βρίσκουμε:

$y_\Gamma = 3$, $y_B = -1$, $y_A = 5$. Άρα οι κορυφές του τριγώνου είναι οι

$A(0, 5)$, $B(4, -1)$, $\Gamma(2, 3)$