

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

3.13 1)

Επειδή το Ο είναι μέσο του ΑΓ θα ισχύει $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$

Οπότε

$$\vec{AB} + \vec{AG} + \vec{AD} = 2\vec{AO} + \vec{AG} \stackrel{\vec{AG}=2\vec{AO}}{=} 2\vec{AO} + 2\vec{AO} = 4\vec{AO}$$

3.13 2)

α) Το Ε είναι μέσο της διαμέσου ΑΔ άρα $\vec{AE} = \frac{\vec{AD}}{2} \stackrel{\vec{AD}=\frac{\vec{AB}+\vec{AG}}{2}}{=} \frac{\vec{AB} + \vec{AG}}{2} = \frac{\vec{AB} + \vec{AG}}{4} = \frac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{4}$

β) Η ΒΕ είναι διάμεσος του ΑΒΔ οπότε

$$\vec{BE} = \frac{\vec{BA} + \vec{BD}}{2} \stackrel{\vec{BA}=-\vec{\alpha}}{=} \frac{-\vec{\alpha} + \vec{BD}}{2} \stackrel{\vec{BD}=\frac{\vec{BG}}{2}}{=} \frac{-\vec{\alpha} + \frac{\vec{BG}}{2}}{2} \stackrel{\vec{BG}=\vec{BA}+\vec{AG}}{=} \frac{-\vec{\alpha} + \frac{\vec{BA} + \vec{AG}}{2}}{2} \stackrel{\vec{BA}=-\vec{\alpha} \atop \vec{AG}=\vec{\beta}}{=} \frac{-\vec{\alpha} + \frac{-\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{-\frac{2\vec{\alpha}}{2} + \frac{-\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}}{2} = \frac{-2\vec{\alpha} - \vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2} = \frac{-3\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{4}$$

β) Η ΓΕ είναι διάμεσος του ΑΓΔ οπότε

$$\vec{GE} = \frac{\vec{GA} + \vec{GD}}{2} \stackrel{\vec{GA}=-\vec{\beta}}{=} \frac{-\vec{\beta} + \vec{GD}}{2} \stackrel{\vec{GD}=\frac{\vec{GB}}{2}}{=} \frac{-\vec{\beta} + \frac{\vec{GB}}{2}}{2} \stackrel{\vec{GB}=\vec{GA}+\vec{AB}}{=} \frac{-\vec{\beta} + \frac{\vec{GA} + \vec{AB}}{2}}{2} \stackrel{\vec{GA}=-\vec{\beta} \atop \vec{AB}=\vec{\alpha}}{=} \frac{-\vec{\beta} + \frac{-\vec{\beta} + \vec{\alpha}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{-\frac{2\vec{\beta}}{2} + \frac{-\vec{\beta} + \vec{\alpha}}{2}}{2} = \frac{-2\vec{\beta} - \vec{\beta} + \vec{\alpha}}{2} = \frac{-3\vec{\beta} + \vec{\alpha}}{4}$$

3.13 3)

Οι ΑΔ , ΒΕ , ΓΖ είναι διάμεσοι του τριγώνου ΑΒΓ οπότε

$$\begin{aligned} \vec{AD} + \vec{BE} + \vec{GZ} &= \frac{\vec{AB} + \vec{AG}}{2} + \frac{\vec{BA} + \vec{BG}}{2} + \frac{\vec{GA} + \vec{GB}}{2} = \frac{\vec{AB} + \vec{AG} + \vec{BA} + \vec{BG} + \vec{GA} + \vec{GB}}{2} = \\ &= \frac{(\vec{AB} + \vec{BA}) + (\vec{AG} + \vec{GA}) + (\vec{BG} + \vec{GB})}{2} = \frac{\vec{AA} + \vec{AA} + \vec{BB}}{2} = \vec{0} \end{aligned}$$

3.13 4)

Αφού Δ , Ε , Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ , ΑΓ και ΑΒ έχουμε

$$\begin{aligned} \vec{KD} + \vec{KE} + \vec{KZ} &= \frac{\vec{KB} + \vec{KG}}{2} + \frac{\vec{KA} + \vec{KG}}{2} + \frac{\vec{KA} + \vec{KB}}{2} = \frac{\vec{KB} + \vec{KG} + \vec{KA} + \vec{KG} + \vec{KA} + \vec{KB}}{2} = \\ &= \frac{2\vec{KA} + 2\vec{KB} + 2\vec{KG}}{2} = \cancel{2} \frac{(\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KG})}{\cancel{2}} = \vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KG} \end{aligned}$$

3.13 5)

Η ΔΟ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΔΓ οπότε $\vec{DO} = \frac{\vec{DA} + \vec{DG}}{2} \stackrel{\vec{DA}=\vec{GB} \atop \vec{DG}=\vec{AB}}{=} \frac{\vec{GB} + \vec{AB}}{2}$