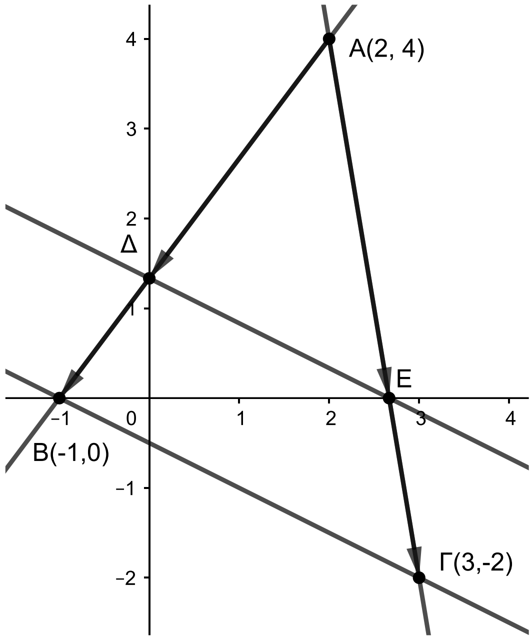
ΛΥΣΗ



α) Οι συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ΑΒ και ΑΓ ορίζονται και είναι

$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-4}{-1-2} = \frac{4}{3}$ και $\lambda_{A\Gamma} = \frac{y_\Gamma - y_A}{x_\Gamma - x_A} = \frac{-2-4}{3-2} = \frac{-6}{1} = -6$. Επειδή $\lambda_{AB} \neq \lambda_{A\Gamma}$ οι ευθείες ΑΒ και ΑΓ δεν είναι παράλληλες, οπότε τα σημεία Α,Β και Γ δεν είναι συνευθειακά και αποτελούν κορυφές τριγώνου.

β) Η ευθεία ΑΒ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{4}{3}$ από το α) ερώτημα και διέρχεται από το σημείο Α(2,4), άρα η εξίσωσή της είναι: (ΑΒ): $y-y_A=\lambda(x-x_A)$ ή $y-4=\frac{4}{3}(x-2)$ ή $4x-3y+4=0$.

Η ευθεία ΑΓ έχει συντελεστή διεύθυνσης -6 από το α) ερώτημα και διέρχεται από το σημείο Γ(3,-2), άρα η εξίσωσή της είναι: (ΑΓ): $y-y_\Gamma=\lambda(x-x_\Gamma)$ ή $y+2=-6(x-3)$ ή $6x+y-16=0$.

i. Στην εξίσωση της ευθείας ΑΒ θέτουμε x=0 για να βρούμε το σημείο που τέμνει τον άξονα y'y και έχουμε: $4\cdot 0-3y+4=0 \Leftrightarrow y=\frac{4}{3}$. Άρα $\Delta\left(0,\frac{4}{3}\right)$. Ομοίως στην εξίσωση της ευθείας ΑΓ θέτουμε y=0 για να βρούμε το σημείο που τέμνει τον άξονα x'x και έχουμε: $6x+0-16=0 \Leftrightarrow x=\frac{8}{3}$. Άρα $E\left(\frac{8}{3},0\right)$.

ii. $\overrightarrow{A\Delta}= (0-2, \frac{4}{3} - 4)= (-2,- \frac{8}{3}) = 2\cdot(-1,- \frac{4}{3})$ και $\overrightarrow{\Delta B}= (-1-0, 0-\frac{4}{3})= (-1,-\frac{4}{3})$, οπότε προφανώς $\overrightarrow{A\Delta} = 2\overrightarrow{\Delta B}$. Για τα διανύσματα $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{E\Gamma}$ έχουμε:

$\overrightarrow{\Delta E}$ =($\frac{8}{3}$ -2, 0-4)= ($\frac{2}{3}$,-4) = 2 · ($\frac{1}{3}$,-2) και $\overrightarrow{E\Gamma}$= (3-$\frac{8}{3}$, -2-0) = ($\frac{1}{3}$,-2) και ισχύει επίσης ότι $\overrightarrow{AE}$ = 2$\overrightarrow{E\Gamma}$.

γ) $\lambda_{\Delta E}$ = $\frac{\frac{4}{3}-0}{0-\frac{8}{3}}$ = - $\frac{1}{2}$ και $\lambda_{B\Gamma}$ = $\frac{-2-0}{3+1}$ = - $\frac{2}{4}$ = - $\frac{1}{2}$. Άρα $\lambda_{\Delta E}$ = $\lambda_{B\Gamma}$, επομένως η ευθεία ΔΕ είναι παράλληλη της ευθείας ΒΓ.