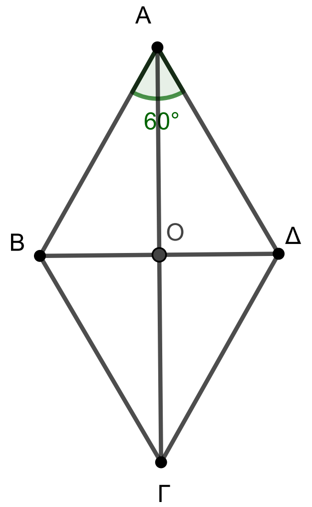
ΛΥΣΗ



α) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Delta} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{A\Delta}| \cdot$ συν$(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Delta}}) = 4 \cdot 4 \cdot$ συν $60^o = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8$.

β) Τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ είναι ομόρροπα οπότε σχηματίζουν γωνία 0^o . Οπότε,

$\overrightarrow{A\Delta} \cdot \overrightarrow{B\Gamma} = |\overrightarrow{A\Delta}| \cdot |\overrightarrow{B\Gamma}| \cdot$ συν$(\widehat{\overrightarrow{A\Delta}, \overrightarrow{B\Gamma}}) = 4 \cdot 4 \cdot$ συν $0^o = 16 \cdot 1 = 16$

γ) Οι διαγώνιες του ρόμβου διχοτομούνται, οπότε $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{O\Gamma}$, και τέμνονται κάθετα, οπότε τα διανύσματα $\overrightarrow{O\Delta}$ και $\overrightarrow{O\Gamma}$ σχηματίζουν γωνία 90^o και έχουν εσωτερικό γινόμενο μηδέν. Συνεπώς $\overrightarrow{O\Delta} \cdot \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{O\Delta} \cdot \overrightarrow{O\Gamma} = 0$

δ) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές αφού οι δυο πλευρές του είναι πλευρές του ρόμβου, με γωνία της κορυφής 60^o. Άρα το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο με πλευρά 4. Το Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του , οπότε ΒΟ = ΟΔ = 2.

$\overrightarrow{O\Delta} \cdot \overrightarrow{OB} = |\overrightarrow{O\Delta}| \cdot |\overrightarrow{O}B| \cdot$ συν$(\widehat{\overrightarrow{O\Delta}, \overrightarrow{OB}}) = 2 \cdot 2$ συν $180^o = 4\ (-1) = -4$.

ε) Για τη γωνία $(\widehat{\overrightarrow{A\Delta}, \overrightarrow{\Gamma\Delta}})$ ισχύει : $(\widehat{\overrightarrow{A\Delta}, \overrightarrow{\Gamma\Delta}}) = (\widehat{\overrightarrow{A\Delta}, \overrightarrow{BA}}) = 180^o - 60^o = 120^o$. Οπότε,

$\overrightarrow{A\Delta} \cdot \overrightarrow{\Gamma\Delta} = |\overrightarrow{A\Delta}| \cdot |\overrightarrow{\Gamma}\Delta| \cdot$ συν$(\widehat{\overrightarrow{A\Delta}, \overrightarrow{\Gamma\Delta}}) = 4 \cdot 4 \cdot$ συν $120^o = 16\ (-\frac{1}{2}) = -8$.