ΛΥΣΗ

α) Αφού είναι $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Delta} = \vec{\beta}$, τότε τα διανύσματα $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{AZ}$ γράφονται:

$$\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\cdot\vec{\alpha} \text{ και } \overrightarrow{AZ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\cdot\vec{\beta}.$$

τότε τα διανύσματα $\overrightarrow{EZ}$ και $\overrightarrow{Z\Gamma}$ έχουμε ότι:

$$\overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{AZ} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\cdot\vec{\beta} - \left(-\frac{1}{2}\cdot\vec{\alpha}\right) = \frac{1}{2}\cdot\vec{\alpha} + \frac{1}{3}\vec{\beta} \text{ και}$$

$$\overrightarrow{Z\Gamma} = \overrightarrow{A\Gamma} - \overrightarrow{AZ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Delta} - \overrightarrow{AZ} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} - \frac{1}{3}\cdot\vec{\beta} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3}\cdot\vec{\beta}$$

β) Επειδή $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{2}\cdot\vec{\alpha} + \frac{1}{3}\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3}\cdot\vec{\beta}$ έχουμε ότι:

$$\overrightarrow{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3}\cdot\vec{\beta} = 2\left(\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \frac{1}{3}\cdot\vec{\beta}\right) = 2\overrightarrow{EZ} \text{ ή } \overrightarrow{Z\Gamma} = 2\overrightarrow{EZ}.$$

γ) Επειδή είναι $\overrightarrow{Z\Gamma} // \overrightarrow{EZ}$ και τα διανύσματα έχουν κοινό άκρο το σημείο Ζ έχουμε το συμπέρασμα ότι τα σημεία Ζ, Ε και Γ είναι συνευθειακά.