ΛΥΣΗ

α) Επειδή η υπερβολή έχει τις εστίες της $E'(-10\,,0)$, $E(10\,,0)$ και τις κορυφές της $A'(-8\,,0)$, $A(8\,,0)$ στον άξονα $x'x$, η εξίσωση της είναι της μορφής $\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1.$

Είναι $\gamma=10$ και $\alpha=8$, άρα

$\beta^2=\gamma^2-\alpha^2$

$\beta^2=10^2-8^2$

$\beta^2=36$

$\beta=6.$

Επομένως η υπερβολή έχει εξίσωση $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1.$

β) i) Το M είναι σημείο της υπερβολής, αν και μόνο αν η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων του M από τις εστίες E' και E είναι 2α, δηλαδή $|(ME')-(ME)|=2\alpha$.

Επειδή $\alpha=8$, θα είναι $|(ME')-(ME)|=16$.

ii) Δίνεται $(ME)=9$ οπότε έχουμε:

$|(ME')-9|=16$

$(ME')-9=-16$ ή $(ME')-9=16$

$(ME')=-7$ ή $(ME')=25$

και επειδή $(ME')>0$ θα είναι $(ME')=25$.