ΛΥΣΗ

α) Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 2px$ έχει άξονα τον $x'x$, εστία το σημείο $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα την ευθεία $\delta: x = -\frac{p}{2}$.

Ως εκ τούτου, η $y^2 = 4x$, (με $2p = 4 \Leftrightarrow p = 2$) έχει άξονα τον $x'x$, εστία το σημείο $E(1,0)$ και διευθετούσα την ευθεία $\delta: x = -1$.

β) Η εφαπτομένη (ε) της παραβολής στο σημείο $A(4,4)$ έχει εξίσωση

$$yy_1 = p(x + x_1) \Leftrightarrow 4y = 2(x + 4) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 2.$$

Θέτοντας στη συνέχεια όπου $y = 0$, έχουμε ότι $\frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Το σημείο B λοιπόν, στο οποίο η εφαπτομένη (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ είναι το $B(-4, 0)$.

γ) Αν θ_3 είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$, αρκεί να αποδείξουμε ότι $\theta_3 = \theta_2$. Πραγματικά είναι:

Οι γωνίες θ_1 και θ_3 είναι ίσες ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων ευθειών (ζ) και $x'x$. Από την εκφώνηση του προβλήματος είναι γνωστόν ότι $\theta_1 = \theta_2$. Επομένως $\theta_3 = \theta_2$ και ως εκ τούτου το τρίγωνο MAB είναι ισοσκελές.

δ) Η θέση του σημείου $M(x, 0)$ μπορεί να βρεθεί λύνοντας την εξίσωση:

$$(MA) = (MB) \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2 + 16} = |x + 4| \Leftrightarrow (x - 4)^2 + 16 = (x + 4)^2 \Leftrightarrow x = 1$$

Άρα έχουμε $M(1,0)$.

Επομένως το ζητούμενο σημείο M ταυτίζεται με την εστία της παραβολής $E(1,0)$. Άρα η ανακλώμενη φωτεινή ακτίνα διέρχεται από την εστία της παραβολής.