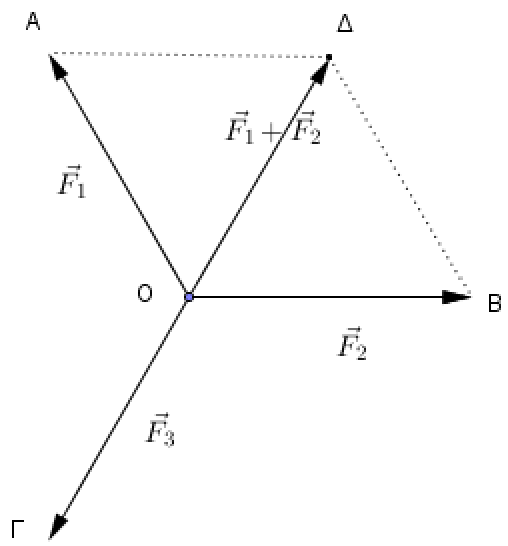
ΛΥΣΗ

α) Η συνθήκη ισορροπίας εκφράζεται από την διανυσματική ισότητα: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$.

β) Από το α) ερώτημα έχουμε $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$, οπότε $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{F_3}$. Άρα, τα διανύσματα $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ και $\overrightarrow{F_3}$ είναι αντίθετα.

γ)

i. Από το β) ερώτημα, τα σημεία $\Gamma, \mathrm{O}, \Delta$ είναι συνευθειακά. Οπότε, οι γωνίες $\widehat{\mathrm{AO\Delta}}$ και $\widehat{\mathrm{BO\Delta}}$ είναι 60^o, ως παραπληρωματικές των γωνιών $\widehat{\mathrm{AO\Gamma}}$, $\widehat{\mathrm{BO\Gamma}}$, αντίστοιχα, που εξ υποθέσεως είναι ίσες με 120^o η κάθε μία.



ii. Από τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος δύο διανυσμάτων, το τετράπλευρο ΟΑΔΒ είναι παραλληλόγραμμο, άρα οι γωνίες $\widehat{\mathrm{AO\Delta}}$ και $\widehat{\mathrm{O\Delta B}}$ είναι ίσες, ως εντός εναλλάξ και άρα, από το γi ερώτημα, έχουμε $\widehat{\mathrm{O\Delta B}} = 60^o$.

δ) Από το ερώτημα γ), έπεται ότι το τρίγωνο ΟΒΔ είναι ισόπλευρο, καθώς $\widehat{\mathrm{BO\Delta}} = \widehat{\mathrm{O\Delta B}} = 60^o$, οπότε και η τρίτη του γωνία $\widehat{\mathrm{OB\Delta}}$ αναγκαστικά θα είναι 60^o (μια και το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι ίσο με 180^o). Συνεπώς, $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = |\overrightarrow{\mathrm{B\Delta}}| = |\overrightarrow{\mathrm{O\Delta}}|$, δηλαδή $|\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}|$. Όμως, από το β) ερώτημα, $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{F_3}$. Επομένως, $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |-\overrightarrow{F_3}|$, ή ισοδύναμα $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$.