ΛΥΣΗ

α) Έχουμε Α(λ-1, 2λ+1), $\lambda \in R$, οπότε αν Α(x, y) τότε:

$$\begin{cases} x = \lambda - 1 \\ y = 2\lambda + 1 \\ \lambda \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = x + 1 \\ y = 2(x+1) + 1 \\ \lambda \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 3 \\ \lambda = x + 1 \\ \lambda \in R \end{cases}$$, οπότε γ_1: 2x – y + 3 = 0,

η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκετε η γραμμή γ_1.

Επίσης ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{u}$ = (-1, 3) είναι:

$\lambda = \frac{y}{x} = \frac{3}{-1} = -3 = \lambda_{\gamma_2}$, οπότε

γ_2: $y - y_\Sigma = \lambda_{\gamma_2}(x - x_\Sigma)$ ή γ_2: y - 2 = -3(x + 4) ή γ_2: y - 2 = -3x – 12 ή γ_2: 3x + y + 10 = 0,

η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκετε η γραμμή γ_2.

β) Είναι Κ(1, 1), οπότε λόγω του ερωτήματος (α) είναι:

$d(K, \gamma_1) = \frac{|2\cdot1-1\cdot1+3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|4|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ και

$d(K, \gamma_2) = \frac{|3\cdot1+1\cdot1+10|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{|14|}{\sqrt{10}} = \frac{14}{\sqrt{10}} = \frac{14\sqrt{10}}{10} = \frac{7\sqrt{10}}{5}$.

Εφόσον $\frac{4\sqrt{5}}{5} < \frac{7\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow d(K, \gamma_1) < d(K, \gamma_2)$, προφανώς συμφέρει η σύνδεση του σταδίου με τη γραμμή γ_1.

γ) Το κέντρο του ζητούμενου κύκλου που ορίζει το κυκλικό πάρκο γύρω από το στάδιο, είναι το σημείο Κ(1, 1). Εφόσον ο κύκλος αυτός εφάπτεται στη γραμμή γ_1, η ακτίνα του λόγω του ερωτήματος (β), είναι $\rho = d(K, \gamma_1) = \frac{4}{\sqrt{5}}$. Επομένως:

C: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = (\frac{4}{\sqrt{5}})^2$ ή C: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{16}{5}$, είναι η εξίσωσή του.