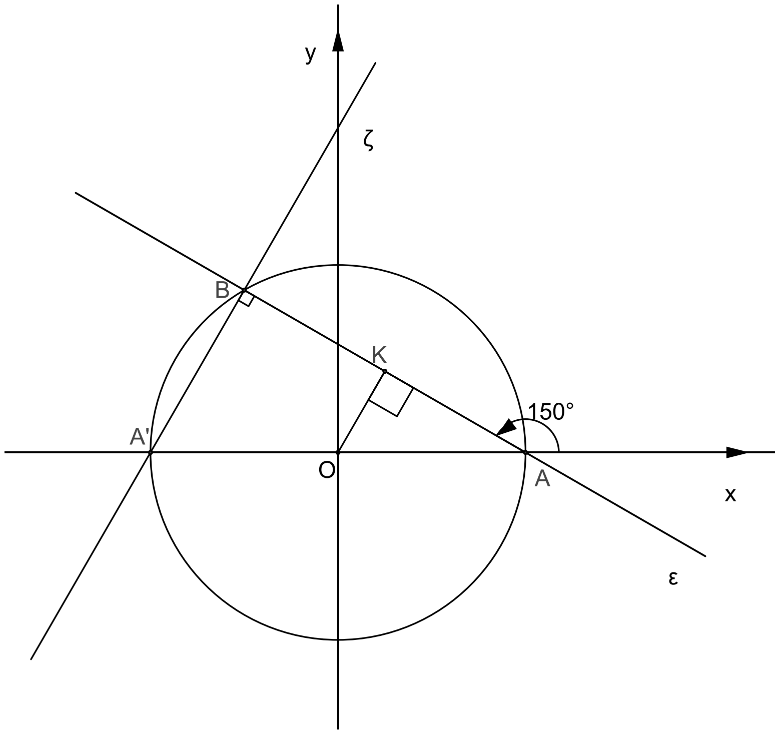
ΛΥΣΗ



α)

i. Τα σημεία τομής του κύκλου C με τους ημιάξονες Οx και Οx΄ έχουν τεταγμένη μηδέν. Επομένως, για y=0 έχουμε: $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Άρα Α΄(-1,0) και Α(1,0).

ii. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο Α(1,0), είναι $\lambda_\varepsilon = \varepsilon\varphi 150° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Οπότε η εξίσωση της ε είναι: $y - 0 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1) \Leftrightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$.

β)

i. Αν ΟΚ το απόστημα της χορδής ΑΒ, τότε $OK = d(O,\varepsilon) = \frac{\left|-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 0 - 0 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right|}{\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 1^2}} = \frac{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}\right|}{\sqrt{\frac{12}{9}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2}$.

Αν $AK = \mu = \frac{AB}{2}$, με Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΟΑΚ έχουμε: $OK^2 + \mu^2 = OA^2 \Leftrightarrow \mu^2 = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow \mu^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Άρα $AB = 2\mu = \sqrt{3}$.

ii. Η γωνία Α΄ΒΑ είναι εγγεγραμμένη που βαίνει σε ημικύκλιο, άρα $A'B \perp BA$ δηλαδή $\zeta \perp \varepsilon$, οπότε $\lambda_\zeta = -\frac{1}{\lambda_\varepsilon} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ και (ζ): $y - 0 = \sqrt{3}(x+1) \Leftrightarrow y = \sqrt{3}(x+1)$.