ΛΥΣΗ

α) Για τη γωνία ω που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα x΄x είναι:

$$εφω = \frac{y_{\vec{\beta}}}{x_{\vec{\beta}}} = \frac{1}{-1} = -1$$

Αφού είναι $x_{\vec{\beta}} < 0$ και $y_{\vec{\beta}} > 0$, για τη γωνία ω θα ισχύει:

$$\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$$

Άρα, $\omega = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

β) Είναι:

$$|\vec{\gamma}| = \sqrt{x_{\vec{\gamma}}^2 + y_{\vec{\gamma}}^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$|\vec{\beta}| = \sqrt{x_{\vec{\beta}}^2 + y_{\vec{\beta}}^2} = \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Επομένως, $|\vec{\gamma}| = 5|\vec{\beta}|$.

γ) Ζητάμε τους πραγματικούς αριθμούς λ, μ για τους οποίους ισχύει η ισότητα:

$$\vec{\gamma} = \lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\beta}$$

Έχουμε διαδοχικά:

$$(-5,-5) = \lambda(2,3) + \mu(-1,1)$$

$$(-5,-5) = (2\lambda-\mu, 3\lambda + \mu)$$

Επομένως, είναι:

$$2\lambda-\mu = -5 \quad (1) \quad \text{και} \quad 3\lambda + \mu = -5 \quad (2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει ότι:

$$5\lambda = -10 \text{ ή } \lambda = -2$$

Αντικαθιστούμε στην (2), οπότε:

$$3(-2) + \mu = -5 \text{ ή } \mu = -5 + 6 = 1$$

Άρα, το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ γράφεται ως εξής:

$$\vec{\gamma} = -2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$$