ΛΥΣΗ

α) Η (1) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $\mathrm{K}(3\lambda, -2\lambda)$ που ανήκει στην ευθεία $\varepsilon: 2x+3y=0$, αφού $2 \cdot 3\lambda + 3(-2\lambda) = 6\lambda - 6\lambda = 0$.

β) Αν $\mathrm{M}(x,y)$ τυχαίο σημείο μιας εκ των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, τότε $d(\mathrm{M},\varepsilon)=1 \Leftrightarrow \dfrac{|2x+3y|}{\sqrt{2^2+3^2}}=1 \Leftrightarrow |2x+3y|=\sqrt{13}$ οπότε $2x+3y=\sqrt{13}$ ή $2x+3y=-\sqrt{13}$ που είναι οι ζητούμενες εξισώσεις των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

γ) Αφού τα κέντρα $\mathrm{K}(3\lambda, -2\lambda)$ όλων των κύκλων που προκύπτουν από την (1), ανήκουν στην $\varepsilon: 2x+3y=0$, δηλαδή στη μεσοπαράλληλη των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, έχουμε ότι $d(\mathrm{K},\varepsilon_1)=d(\mathrm{K},\varepsilon_2)=1=\rho$. Συνεπώς όλοι οι κύκλοι που προκύπτουν από την (1) εφάπτονται στις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

δ) Ένα τετράγωνο του οποίου οι δύο απέναντι πλευρές ανήκουν στις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, θα έχει μήκος πλευράς ίσο με την απόσταση των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, δηλαδή 2. Συνεπώς το εμβαδόν του θα είναι ίσο με 4.