ΛΥΣΗ

α)

i. Οι συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB είναι $\mathrm{M}\left(\frac{\alpha}{2},\frac{\beta}{2}\right)$.

ii. Η απόσταση (OM) είναι

$$(\mathrm{OM})=\sqrt{(\frac{\alpha}{2}-0)^2+(\frac{\beta}{2}-0)^2}=\sqrt{\frac{\alpha^2}{4}+\frac{\beta^2}{4}}=\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}}=\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{2}.$$

β)

i. $(\mathrm{AB})=\sqrt{(\alpha-0)^2+(0-\beta)^2}=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}=2\cdot(\mathrm{OM})$ ή $(\mathrm{OM})=\frac{(\mathrm{AB})}{2}$.

ii. Η πρόταση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας που έχει αποδειχθεί είναι η εξής:

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ισούται με το μισό της υποτείνουσας.

γ) Αφού $(\mathrm{OM})=\frac{(\mathrm{AB})}{2}=(\mathrm{AM})=(\mathrm{BM})$ συμπεραίνουμε ότι το σημείο M ισαπέχει από τις κορυφές του τριγώνου OAB και επομένως είναι το κέντρο του ζητούμενου περιγεγραμμένου κύκλου. Επίσης η ακτίνα του ζητούμενου κύκλου είναι η $(\mathrm{OM})=\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{2}$. Συνεπώς ο ζητούμενος κύκλος έχει εξίσωση

$$\left(x-\frac{\alpha}{2}\right)^2+\left(x-\frac{\beta}{2}\right)^2=\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}.$$