ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση (1) είναι της μορφής $x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$, με $A=-1$, $B=-1$, $\Gamma=-\frac{7}{2}$.

Είναι

$$A^2+B^2-4\Gamma=1+1+14=16>0$$

Επομένως, η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

και η ακτίνα του ισούται με

$$R=\frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2}=\frac{\sqrt{16}}{2}=2$$

β) Οι συντεταγμένες του σημείου Α επαληθεύουν την εξίσωση του κύκλου:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{1}{4}+\frac{9}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=\frac{10}{4}-\frac{5}{2}=0$$

Άρα, το σημείο Α είναι σημείο του κύκλου (K,R).

γ) Η εφαπτομένη του κύκλου (K,R) στο Α είναι κάθετη στην ακτίνα ΚΑ. Αφού είναι $x_K=x_A$, η ακτίνα ΚΑ είναι κάθετη στον άξονα x΄x, οπότε η εφαπτομένη του κύκλου στο Α θα είναι παράλληλη στον άξονα x΄x. Άρα, θα έχει εξίσωση

$$y=y_A \text{ ή } y=-\frac{3}{2}$$