ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ότι: $\overrightarrow{AB}$ = (x_B-x_A, y_B-y_A) = (3-0 , 4-3) = (3 , 1),

$\overrightarrow{A\Gamma}$ = (x_Γ-x_A, y_Γ-y_A) = (1-0 , 0-3) = (1 , -3).

Οπότε $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$ = 3·1 + 1·(-3) = 3 – 3 = 0, άρα $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{A\Gamma}$ ή $B\widehat{A}\Gamma = 90^o$.

β) Το σημείο Κ που είναι το μέσο του τμήματος ΒΓ θα έχει συντεταγμένες:

Κ ($\frac{X_B+X_\Gamma}{2}$, $\frac{Y_B+Y_\Gamma}{2}$) ή Κ ($\frac{3+1}{2}$, $\frac{4+0}{2}$) ή Κ(2 , 2).

γ) Από το α) ερώτημα έχουμε ότι η γωνία $B\widehat{A}\Gamma$ είναι ορθή και τα σημεία Α, Β και Γ είναι σημεία του ζητούμενου κύκλου, άρα η γωνία $B\widehat{A}\Gamma$ είναι εγγεγραμμένη και βαίνει σε ημικύκλιο, συνεπώς η υποτείνουσα ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ, θα είναι διάμετρος του κύκλου και ισούται με:

(ΒΓ) = $\sqrt{(x_\Gamma - x_B)^2 + (y_\Gamma - y_B)^2}$ = $\sqrt{(1-3)^2 + (0-4)^2}$ = $\sqrt{4+16}$ = $\sqrt{20}$ = $2\sqrt{5}$.

Όμως ΒΓ = 2R, άρα 2R = $2\sqrt{5}$ ή R = $\sqrt{5}$.

Ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία Α, Β και Γ θα έχει ακτίνα R και κέντρο το σημείο Κ του ερωτήματος β) και η εξίσωσή του θα είναι:

$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$.