ΛΥΣΗ

α)

i. Οι ευθείες που έχουν κλίση λ και διέρχονται από το σημείο $A(2,0)$ ορίζονται από την εξίσωση: (ε_λ): $y-0=\lambda(x-2) \Leftrightarrow \lambda x - y - 2\lambda = 0$ (1)

ii. Για την απόσταση του σημείου B απο τις ευθείες (ε_λ), είναι:

$$d(B,\varepsilon_\lambda)=\frac{|3\lambda-4-2\lambda|}{\sqrt{\lambda^2+1}}=\frac{|\lambda-4|}{\sqrt{\lambda^2+1}}$$

Επομένως, έχουμε:

$$d(B,\varepsilon_\lambda)=1 \Leftrightarrow \frac{|\lambda-4|}{\sqrt{\lambda^2+1}}=1 \Leftrightarrow |\lambda-4|=\sqrt{\lambda^2+1} \Leftrightarrow$$

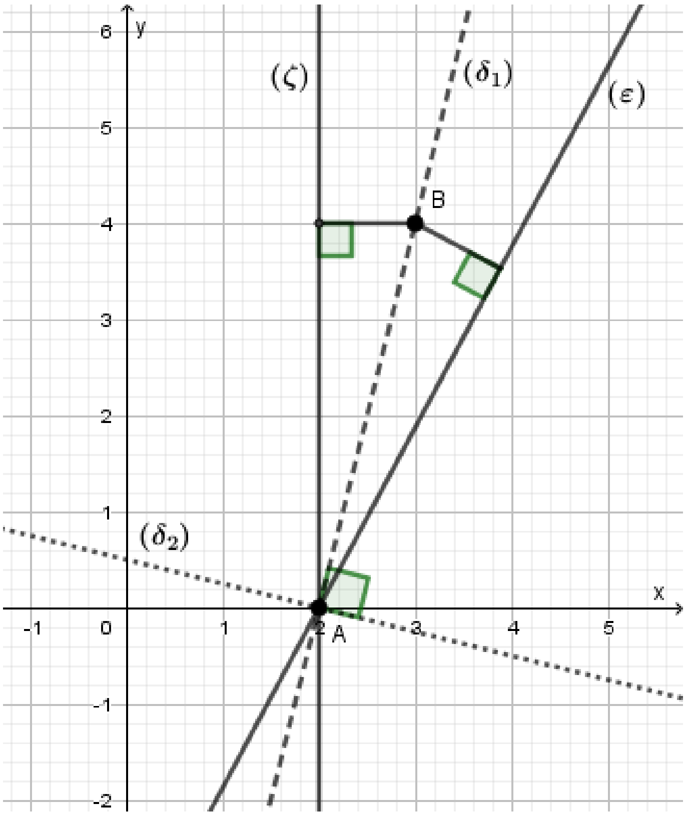
$$(\lambda-4)^2=\lambda^2+1 \Leftrightarrow \lambda=\frac{15}{8}$$

Απο την (1) έχουμε: $\frac{15}{8}x-y-\frac{30}{8}=0 \Leftrightarrow 15x-8y-30=0.$

β) Από το σημείο $A(2,0)$ διέρχεται επίσης η κατακόρυφη ευθεία (ζ), για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης, με εξίσωση $x=2$. Έτσι, έχουμε:

$$d(B,\zeta)=\frac{|1\cdot 3+0\cdot 4-2|}{\sqrt{1}}=1$$

γ) Οι ευθείες (ε) και (ζ) τέμνονται, διότι έχουν κοινό σημείο το A, αλλά δεν ταυτίζονται αφού $\lambda_\varepsilon=\frac{15}{8}$ και η $(\zeta)//y'y$. Το σημείο B απέχει ίση απόσταση από τις ευθείες (ε) και (ζ), επομένως ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας των δύο ευθειών. Επιπλέον ισχύει οτι $\lambda_{AB}=\frac{4-0}{3-2}=4.$



Επομένως, η μία εκ των δύο διχοτόμων (δ_1), είναι η ευθεία AB με εξίσωση

$$y - 0 = 4(x - 2) \Leftrightarrow y = 4x - 8.$$

Η άλλη διχοτόμος (δ_2), είναι κάθετη στην AB, επομένως $\lambda_{\delta_2} \cdot \lambda_{AB} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\delta_2} = -\frac{1}{4}$. Επιπλέον, διέρχεται από το σημείο $A(2,0)$, οπότε έχει εξίσωση την

$$y - 0 = -\frac{1}{4}(x - 2) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}.$$