

23.B1

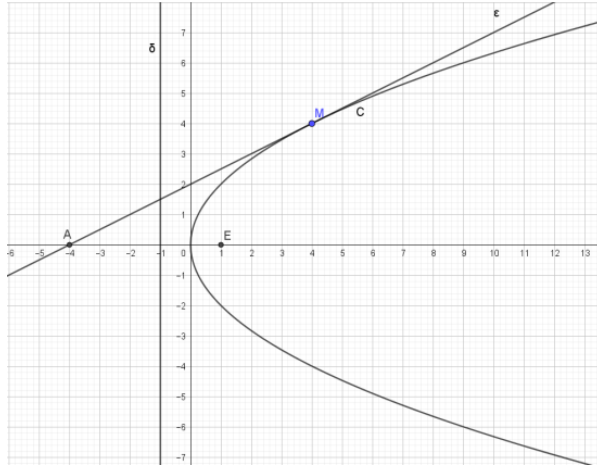
α) Έχουμε $2\rho = 4 \Rightarrow \rho = 2$

Η εστία είναι η $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right) = E(1, 0)$ και

η διευθετούσα είναι η ευθεία $\delta: x = -\frac{\delta}{2} \Rightarrow x = -1$

β) $\varepsilon: yy_1 = \rho(x + x_1) \stackrel{\rho=2, x_1=4=y_1}{\Rightarrow} x - 2y + 4 = 0$

γ)



23.B2

α) Τα σημεία του επιπέδου που επαληθεύουν την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μία καμπύλη που ονομάζεται παραβολή. Η εστία της E, έχει συντεταγμένες $E(1, 0)$ και η διευθετούσα έχει εξίσωση $\delta: x = -1$

β) $\varepsilon: yy_1 = \rho(x + x_1) \stackrel{\rho=2, x_1=1, y_1=-2}{\Rightarrow} -2y = 2(x + 1) \Rightarrow y = -x - 1$

γ) Για να βρούμε το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα $x'x$, θέτουμε στην εξίσωσή της $y = 0$ και έχουμε $x = -1$. Άρα το σημείο τομής είναι το $B(-1, 0)$ που προφανώς ανήκει στην διευθετούσα $\delta: x = -1$

23.B3

α) Η έλλειψη γράφεται $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ άρα έχει $\alpha = 5$ και $\beta = 4$

Οπότε $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$

Είναι $(BB') = 2\beta = 8$, $(AA') = 2\alpha = 10$

και οι εστίες είναι οι $E'(-3, 0)$ και $E(3, 0)$

β) Αφού η εστία της ζητούμενης παραβολής είναι η $E'(-3, 0)$

θα ισχύει $\frac{\rho}{2} = -3 \Rightarrow \rho = -6$

και αφού η διευθετούσα της είναι παράλληλη στον $y'y$, η παραβολή θα έχει εξίσωση :

$$y^2 = 2\rho x \Rightarrow y^2 = -12x$$

23.B4

α) i) Η παραβολή διέρχεται από το $A(1, 2)$, άρα οι συντεταγμένες του A θα πρέπει να επαληθεύουν την εξίσωση της παραβολής : $2^2 = 2 \cdot \rho \cdot 1 \Rightarrow \rho = 2$

Άρα η παραβολή έχει εξίσωση $y^2 = 4x$

ii) $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right) = E(1, 0)$

β) Η εστία είναι η $E(1, 0)$ άρα $\gamma = 1 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = 1 \Rightarrow \alpha^2 - \beta^2 = 1 \quad (1)$

Επίσης ο μεγάλος της άξονας έχει μήκος ίσο με 4, δηλαδή $2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε $\beta^2 = 3$

Άρα η έλλειψη έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$