

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

22.1 1)

Λύνουμε την εξίσωση της ευθείας $x + y - 7 = 0$ ως προς y και έχουμε $y = 7 - x$ το οποίο το αντικαθιστούμε στην εξίσωση της έλλειψης και έχουμε

$$\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{35} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{14} + \frac{(7-x)^2}{35} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{14} + \frac{49-14x+x^2}{35} = 1 \Rightarrow \frac{5}{14} \frac{x^2}{14} + \frac{2}{35} \frac{49-14x+x^2}{35} = 70 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$5x^2 + 98 - 28x + 2x^2 = 70 \Rightarrow 7x^2 - 28x + 28 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δευτεροβάθμια και έχει μία διπλή ρίζα (διότι $\Delta = 16 - 16 = 0$) οπότε η ευθεία $x + y - 7 = 0$ εφάπτεται στην έλλειψη $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{35} = 1$

22.1 2)

Αντικαθιστούμε το y της ευθείας στην εξίσωση της παραβολής και έχουμε :

$$y^2 = 4x \Rightarrow (x+1)^2 = 4x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 4x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δευτεροβάθμια και έχει διπλή ρίζα (διότι $\Delta = 4 - 4 = 0$)

Οπότε η ευθεία $y = x + 1$ εφάπτεται στην παραβολή $y^2 = 4x$

22.1 3)

Λύνουμε την εξίσωση της ευθείας $x + y - 3 = 0$ ως προς y και έχουμε $y = 3 - x$

το οποίο το αντικαθιστούμε στην εξίσωση της έλλειψης και έχουμε :

$$\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{(3-x)^2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{9-6x+x^2}{3} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{18-12x+2x^2}{6} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 18 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δευτεροβάθμια και έχει μία διπλή ρίζα (διότι $\Delta = 16 - 16 = 0$)

οπότε η ευθεία $x + y - 3 = 0$ εφάπτεται στην έλλειψη $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

22.1 4)

Αντικαθιστούμε το y της ευθείας στην εξίσωση της υπερβολής και έχουμε :

$$\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{(x-2)^2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{x^2-4x+4}{2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{3x^2-12x+12}{6} = 1 \Rightarrow -2x^2 + 12x - 12 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δευτεροβάθμια και έχει μία διπλή ρίζα (διότι $\Delta = 36 - 36 = 0$)

Οπότε η ευθεία $y = x - 2$ εφάπτεται στην υπερβολή $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$

22.1 5)

Λύνουμε την εξίσωση της ευθείας $x + 2y + 2 = 0$ ως προς x και έχουμε $x = -2y - 2$

το οποίο το αντικαθιστούμε στην εξίσωση της παραβολής και έχουμε :

$$y^2 = 2x \Rightarrow y^2 = 2(-2y-2) \Rightarrow y^2 = -4y-4 \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι δευτεροβάθμια και έχει μία διπλή ρίζα (διότι $\Delta = 16 - 16 = 0$)

οπότε η ευθεία $x + 2y + 2 = 0$ εφάπτεται στην παραβολή $y^2 = 2x$