

21.2 1)

α) Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-10, 0)$ και $E(10, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 10$. Ακόμη γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-6, 0)$ και $A(6, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 6$. Τέλος είναι $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow \beta^2 = 100 - 36 \Rightarrow \beta^2 = 64$
Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$

β) Γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-4, 0)$ και $A(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 4$. Ακόμη γενικά οι ασύμπτωτες της υπερβολής είναι οι ευθείες $y = \pm \frac{\beta}{\alpha} x$ οπότε τώρα που είναι οι ευθείες $y = \pm \frac{1}{2} x$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\beta}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 2$.
Προφανώς η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση

21.2 2)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-7, 0)$ και $E(7, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 7$

Ακόμη γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$A'(-5, 0)$ και $A(5, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 5$

Τέλος είναι $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = 49 - 25 = 24$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$$

21.2 3)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-8, 0)$ και $E(8, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 8$

Επίσης είναι : $\varepsilon = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{8}{\alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 6$

Τέλος είναι $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = 64 - 36 \Rightarrow \beta^2 = 28$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{28} = 1$$

21.2 4)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-6, 0)$ και $E(6, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 6$

Επίσης η υπερβολή είναι ισοσκελής, άρα $\alpha = \beta$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = \gamma^2 - \beta^2 \Rightarrow 2\beta^2 = \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = \frac{\gamma^2}{2} \Rightarrow \beta^2 = 18 = \alpha^2$$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{18} = 1$$

21.2 5)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-10, 0)$ και $E(10, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 10$

Επίσης αφού έχει ασύμπτωτες τις $y = \pm \frac{4}{3}x$ συμπεραίνουμε ότι $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta = \frac{4}{3}\alpha$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\alpha\right)^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \frac{16\alpha^2}{9} + \alpha^2 = \gamma^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{9}{25}\gamma^2 \Rightarrow \alpha^2 = 36$$

$$\text{Άρα } \beta^2 = \frac{16\alpha^2}{9} = 64$$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$

21.2 6)

Γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$A'(-9, 0)$ και $A(9, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 9$

Επίσης αφού έχει ασύμπτωτες τις $y = \pm \frac{5}{3}x$ συμπεραίνουμε ότι $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\beta}{9} = \frac{5}{3} \Rightarrow \beta = 15$

Προφανώς η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{225} = 1$$

21.2 7)

Γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$A'(-9, 0)$ και $A(9, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 9$

Επίσης η υπερβολή είναι ισοσκελής, άρα $\alpha = \beta \Rightarrow \beta = 9$

Προφανώς η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{81} = 1$$

21.2 8)

Γενικά οι κορυφές είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$A'(-5, 0)$ και $A(5, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 5$

Επίσης είναι $\varepsilon = 2 \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = 2 \Rightarrow \frac{\gamma}{5} = 2 \Rightarrow \gamma = 10$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = 100 - 25 \Rightarrow \beta^2 = 75$$

Προφανώς η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{75} = 1$$

21.2 9)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-6, 0)$ και $E(6, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 6$

$$\text{Είναι επίσης } \varepsilon = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{\alpha} = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = 36 - 16 \Rightarrow \beta^2 = 20$$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$$

21.2 10)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-12, 0)$ και $E(12, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 12$

Επίσης η υπερβολή είναι ισοσκελής, άρα $\alpha = \beta$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \beta^2 = \gamma^2 - \beta^2 \Rightarrow \beta^2 = \frac{\gamma^2}{2} = 72 = \alpha^2$$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{72} - \frac{y^2}{72} = 1$$

21.2 11)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι

$E'(-5, 0)$ και $E(5, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 5$

Επίσης αφού η υπερβολή έχει ασύμπτωτες τις $y = \pm 2x$

$$\text{συμπεραίνουμε ότι } \frac{\beta}{\alpha} = 2 \Rightarrow \beta = 2\alpha$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow (2\alpha)^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{\gamma^2}{5} \Rightarrow \alpha^2 = 5$$

$$\text{Και } \beta^2 = 4\alpha^2 = 20$$

Οπότε και επειδή η υπερβολή έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$$