

20.7 1)

α) Αρκεί το σημείο $M(4,1)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης $C: \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. Όμως

$$\frac{4^2}{20} + \frac{1^2}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{16}{20} + \frac{4}{20} = 1 \text{ που ισχύει.}$$

Άρα το σημείο $M(4,1)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$

β) Είναι $\frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1 \xRightarrow{x_1=4, y_1=1, \alpha^2=20, \beta^2=5} \frac{4x}{20} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0$

20.7 2)

α) Αρκεί το σημείο $M(-3,2)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης $C: \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$. Όμως

$$\frac{(-3)^2}{12} + \frac{2^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{12} + \frac{4}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ που ισχύει. Άρα το σημείο } M(-3,2) \text{ ανήκει στην}$$

έλλειψη $C: \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$

β) Είναι $\frac{xx_1}{\beta^2} + \frac{yy_1}{\alpha^2} = 1 \xRightarrow{x_1=-3, y_1=2, \beta^2=12, \alpha^2=16} \frac{-3x}{12} + \frac{2y}{16} = 1 \Leftrightarrow -\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow -2x + y - 8 = 0$

20.7 3)

α) Αρκεί το σημείο $M(3,1)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης :

$$C: \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{2} = 1 \quad \text{όμως} \quad \frac{3^2}{18} + \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Άρα το σημείο $M(3,1)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{2} = 1$

β) Είναι $\frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1 \xRightarrow{x_1=3, y_1=1, \alpha^2=18, \beta^2=2} \frac{3x}{18} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 3y - 6 = 0$

20.7 4)

α) Αρκεί το σημείο $M(1,-2)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης :

$$C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 1 \quad \text{όμως} \quad \frac{1^2}{3} + \frac{(-2)^2}{6} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{4}{6} = 1$$

Άρα το σημείο $M(1,-2)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 1$

β) Είναι $\frac{xx_1}{\beta^2} + \frac{yy_1}{\alpha^2} = 1 \xRightarrow{x_1=1, y_1=-2, \alpha^2=6, \beta^2=3} \frac{x}{3} - \frac{2y}{6} = 1 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$

20.7 5)

α) Αρκεί το σημείο $M(-5,2)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης :

$$C: \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{8} = 1 \quad \text{όμως} \quad \frac{(-5)^2}{50} + \frac{2^2}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Άρα το σημείο $M(-5,2)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{8} = 1$

β) Είναι $\frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{-5x}{50} + \frac{2y}{8} = 1 \Rightarrow \frac{-x}{10} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow -4x + 10y = 40 \Rightarrow 2x - 5y + 20 = 0$

20.7 6)

α) Αρκεί το σημείο $M(-3, -8)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης

$$C: 4x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\text{όμως } \frac{(-3)^2}{25} + \frac{\left(-\frac{8}{5}\right)^2}{4} = \frac{9}{25} + \frac{64}{254} = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$$

Άρα το σημείο $M(-3, -8)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$

$$\beta) \text{ Είναι } \frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{-5x}{25} - \frac{\frac{8}{5}y}{4} = 1 \Rightarrow -\frac{x}{5} - \frac{8y}{20} = 1 \Rightarrow -4x - 8y = 20 \Rightarrow x + 2y + 5 = 0$$

20.7 7)

α) Αρκεί το σημείο $M\left(-4, \frac{9}{5}\right)$ να επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης :

$$C: 9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{όμως } \frac{(-4)^2}{25} + \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2}{9} = \frac{16}{25} + \frac{81}{25 \cdot 9} = 1$$

Άρα το σημείο $M\left(-4, \frac{9}{5}\right)$ ανήκει στην έλλειψη $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$\beta) \text{ Είναι } \frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{-4x}{25} + \frac{\frac{9}{5}y}{9} = 1 \Rightarrow -\frac{4x}{25} + \frac{y}{5} = 1 \Rightarrow -4x + 5y - 25 = 0$$