

20.6 1)

α) Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$ οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -4)$ και

$E_2(0, 4)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 4$. Ακόμη $BB' = 6 \xRightarrow{BB'=2\beta} 2\beta = 6 \Rightarrow \beta = 3$

Τέλος είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Rightarrow \alpha^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow \alpha^2 = 9 + 16 \Rightarrow \alpha^2 = 25$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

β) Γενικά οι κορυφές μεγάλου άξονα είναι οι $A'(0, -\alpha)$ και $A(0, \alpha)$ οπότε τώρα που είναι

$A'(0, -10)$ και $A(0, 10)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 10$. Ακόμη

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \xRightarrow{\varepsilon = \frac{3}{5}, \alpha = 10} \frac{3}{5} = \frac{\gamma}{10} \Rightarrow \gamma = 6$$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow \beta^2 = 100 - 36 \Rightarrow \beta^2 = 64$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$$

20.6 2)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(0, -\alpha)$ και $A(0, \alpha)$

Οπότε τώρα που είναι $A'(0, -4)$ και $A(0, 4)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 4$

Όμοια, αφού $B'(-3, 0)$ και $B(3, 0)$, είναι $\beta = 3$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

20.6 3)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(0, -\alpha)$ και $A(0, \alpha)$

Οπότε τώρα που είναι $A'(0, -6)$ και $A(0, 6)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 6$

Όμοια, αφού $B'(-5, 0)$ και $B(0, 5)$, είναι $\beta = 5$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$$

20.6 4)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -5)$ και $E_2(0, 5)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 5$

Ακόμη $AA' = 26 \Rightarrow 2\alpha = 26 \Rightarrow \alpha = 13$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 169 - 25 = 144$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1$$

20.6 5)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -2)$ και $E_2(0, 2)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 2$

Ακόμη $AA' = 8 \Rightarrow 2\alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 4$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 16 - 4 = 12$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$$

20.6 6)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -4)$ και $E_2(0, 4)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 4$

Ακόμη $BB' = 20 \Rightarrow 2\beta = 20 \Rightarrow \beta = 10$

Τέλος είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 = 100 + 16 = 116$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{116} = 1$$

20.6 7)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -1)$ και $E_2(0, 1)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 1$

Ακόμη $BB' = 8 \Rightarrow 2\beta = 8 \Rightarrow \beta = 4$

Τέλος είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 = 16 + 1 = 17$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{17} = 1$$

20.6 8)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -5)$ και $E_2(0, 5)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 5$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{\alpha} \Rightarrow \alpha = 10$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 100 - 25 = 75$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{100} = 1$$

20.6 9)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(0, -\gamma)$ και $E_2(0, \gamma)$

Οπότε τώρα που είναι $E_1(0, -8)$ και $E_2(0, 8)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 8$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8}{\alpha} \Rightarrow \alpha = 10$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 100 - 64 = 36$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$$

20.6 10)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(0, -\alpha)$ και $A(0, \alpha)$

Οπότε τώρα που είναι $A'(0, -4)$ και $A(0, 4)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 4$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\gamma}{4} \Rightarrow \gamma = 3$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 16 - 9 = 7$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$$

20.6 11)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(0, -\alpha)$ και $A(0, \alpha)$

Οπότε τώρα που είναι $A'(0, -20)$ και $A(0, 20)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 20$

$$\text{Ακόμη } \varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{\gamma}{20} \Rightarrow \gamma = 14$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 400 - 196 = 204$$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{204} + \frac{y^2}{400} = 1$$

20.6 12)

Γενικά οι κορυφές του μικρού άξονα είναι οι $B'(-\beta, 0)$ και $B(\beta, 0)$

Οπότε τώρα που είναι $B'(-6, 0)$ και $B(6, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\beta = 6$

$$\text{Ακόμη } \varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \gamma = \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow 6^2 = \alpha^2 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \Rightarrow 36 = \frac{3\alpha^2}{4} \Rightarrow \alpha^2 = 48$$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{48} = 1$$

20.6 13)

Γενικά οι κορυφές του μικρού άξονα είναι οι $B'(-\beta, 0)$ και $B(\beta, 0)$

Οπότε τώρα που είναι $B'(-4, 0)$ και $B(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\beta = 4$

$$\text{Ακόμη } \varepsilon = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{5} \Rightarrow \gamma = \frac{3}{5}\alpha$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow 16 = \alpha^2 - \left(\frac{3}{5}\alpha\right)^2 \Rightarrow 16 = \alpha^2 - \frac{9}{25}\alpha^2 \Rightarrow 16 = \frac{16\alpha^2}{25} \Rightarrow \alpha^2 = 25$$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $y'y$ οπότε έχει εξίσωση :

$$\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$