

20.4 1)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-2, 0)$ και $A(2, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 2$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ άρα έχει εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

Επειδή διέρχεται από το $M(\sqrt{2}, 1)$ σημαίνει ότι το M ικανοποιεί την εξίσωση της άρα

$$\frac{\sqrt{2}^2}{4} + \frac{1^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{2}{4} + \frac{1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{\beta^2 + 2}{2\beta^2} = 1 \Rightarrow \beta^2 + 2 = 2\beta^2 \Rightarrow \beta^2 = 2$$

Επομένως η έλλειψη έχει εξίσωση $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

20.4 2)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$. Οπότε τώρα που είναι $A'(-3, 0)$ και $A(3, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 3$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ άρα έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

Επειδή διέρχεται από το $M(\sqrt{3}, \sqrt{2})$ σημαίνει ότι το M ικανοποιεί την εξίσωσή της. Άρα :

$$\frac{\sqrt{3}^2}{9} + \frac{\sqrt{2}^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{3}{9} + \frac{2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{2}{\beta^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta^2 = 3$$

Επομένως η έλλειψη έχει εξίσωση $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$

20.4 3)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$. Οπότε τώρα που είναι $A'(-4, 0)$ και $A(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 4$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ άρα έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

Επειδή διέρχεται από το $M(2\sqrt{2}, 1)$ σημαίνει ότι το M ικανοποιεί την εξίσωσή της

$$\text{Άρα : } \frac{(2\sqrt{2})^2}{16} + \frac{1^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{8}{16} + \frac{1}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta^2 = 2$$

Επομένως η έλλειψη έχει εξίσωση $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{2} = 1$

20.4 4)

Γενικά οι κορυφές του μικρού άξονα είναι οι $B'(0, -\beta)$ και $B(0, \beta)$. Οπότε τώρα που είναι $B'(0, -2)$ και $B(0, 2)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\beta = 2$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ άρα έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{4} = 1$

Επειδή διέρχεται από το $M(3, 1)$ σημαίνει ότι το M ικανοποιεί την εξίσωσή της

$$\text{Άρα : } \frac{3^2}{\alpha^2} + \frac{1^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{9}{\alpha^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha^2 = 12$$

Επομένως η έλλειψη έχει εξίσωση $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$