

20.3 1)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E_1(-\gamma, 0)$ και $E_2(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E_1(-2, 0)$ και $E_2(2, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 2$. Ακόμη από τον ορισμό της έλλειψης ισχύει

$$(ME') + (ME) = 2a \Rightarrow 2a = \sqrt{(2+2)^2 + \left(\frac{5}{3}-0\right)^2} + \sqrt{(2-2)^2 + \left(\frac{5}{3}-0\right)^2} \Rightarrow 2a = \sqrt{16 + \frac{25}{9}} + \sqrt{\frac{25}{9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a = \sqrt{\frac{169}{9}} + \frac{5}{3} \Rightarrow 2a = \frac{13}{3} + \frac{5}{3} \Rightarrow 2a = \frac{18}{3} \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = a^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 3^2 - 2^2 \Rightarrow \beta^2 = 9 - 5 \Rightarrow \beta^2 = 4$$

$$\text{Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα } x'x \text{ έχει εξίσωση } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

20.3 2)

Γενικά οι εστίες είναι $E_1(-\gamma, 0)$ και $E_2(\gamma, 0)$. Οπότε τώρα που είναι $E_1(-2, 0)$ και $E_2(2, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει για $\gamma = 2$

Ακόμη, από τον ορισμό της έλλειψης ισχύει :

$$(ME') + (ME) = 2a \Rightarrow 2a = \sqrt{(-2-2)^2 + (0-3)^2} + \sqrt{(2-2)^2 + (0-3)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a = \sqrt{16+9} + \sqrt{9} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = a^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 4^2 - 2^2 \Rightarrow \beta^2 = 12$$

$$\text{Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα } x'x \text{ έχει εξίσωση } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$

20.3 3)

Γενικά οι εστίες είναι $E_1(-\gamma, 0)$ και $E_2(\gamma, 0)$. Οπότε τώρα που είναι $E_1(-3, 0)$ και $E_2(3, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει για $\gamma = -3$

Ακόμη, από τον ορισμό της έλλειψης ισχύει :

$$(ME') + (ME) = 2a \Rightarrow 2a = \sqrt{(2\sqrt{6}+3)^2 + (-0-3)^2} + \sqrt{(2\sqrt{6}-3)^2 + (-3-0)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = a^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 36 - 9 \Rightarrow \beta^2 = 27$$

$$\text{Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα } x'x \text{ έχει εξίσωση } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$$

20.3 4)

Γενικά οι εστίες είναι $E_1(-\gamma, 0)$ και $E_2(\gamma, 0)$. Οπότε τώρα που είναι $E_1(-4, 0)$ και $E_2(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει για $\gamma = 4$

Ακόμη, από τον ορισμό της έλλειψης ισχύει :

$$(ME') + (ME) = 2a \Rightarrow 2a = \sqrt{(-4-4)^2 + \left(0-\frac{9}{5}\right)^2} + \sqrt{(4-4)^2 + \left(0-\frac{9}{5}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{Τέλος είναι } \beta^2 = a^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 25 - 16 \Rightarrow \beta^2 = 9$$

$$\text{Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα } x'x \text{ έχει εξίσωση } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$