

20.2 1)

α) Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-3, 0)$ και $E(3, 0)$

συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 3$. Ακόμη $AA' = 12 \xRightarrow{AA'=2\alpha} 2\alpha = 12 \Rightarrow \alpha = 6$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 6^2 - 3^2 \Rightarrow \beta^2 = 36 - 9 \Rightarrow \beta^2 = 27$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$$

β) Γενικά οι κορυφές μικρού άξονα είναι οι $B'(0, -\beta)$ και $B(0, \beta)$ οπότε τώρα που είναι

$B'(0, -4)$ και $B(0, 4)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\beta = 4$. Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \xRightarrow{\varepsilon = \frac{3}{5}} \frac{3}{5} = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \gamma = \frac{3}{5}\alpha$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow 4^2 = \alpha^2 - \left(\frac{3}{5}\alpha\right)^2 \Rightarrow 16 = \alpha^2 - \frac{9}{25}\alpha^2 \Rightarrow 16 \cdot 25 = 16\alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = 25$

Προφανώς η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

20.2 2)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$, ενώ του μικρού άξονα είναι $B'(0, -\beta)$ και $B(0, \beta)$. Οπότε τώρα που είναι $A'(-7, 0)$, $A(7, 0)$, $B'(0, -5)$ και

$B(0, 5)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 7$ και $\beta = 5$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$

20.2 3)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$, ενώ του μικρού άξονα είναι $B'(0, -\beta)$ και $B(0, \beta)$. Οπότε τώρα που είναι $A'(-9, 0)$, $A(9, 0)$, $B'(0, -8)$ και

$B(0, 8)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 9$ και $\beta = 8$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{64} = 1$

20.2 4)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-4, 0)$ και $E(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 4$

Ακόμη $AA' = 10 \xRightarrow{AA'=2\alpha} 2\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = 5$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \Rightarrow \beta^2 = 25 - 16 = 9$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

20.2 5)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-3, 0)$ και $E(3, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 3$

Ακόμη $BB' = 12 \xRightarrow{BB'=2\beta} 2\beta = 12 \Rightarrow \beta = 6$

Τέλος είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 = 36 + 9 = 45$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$

20.2 6)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-5, 0)$ και $E(5, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 5$

Ακόμη $BB' = 16 \xRightarrow{BB'=2\beta} 2\beta = 16 \Rightarrow \beta = 8$

Τέλος είναι $a^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 25 = 89$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$

20.2 7)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-12, 0)$ και $E(12, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 12$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{12}{13} = \frac{12}{a} \Rightarrow a = 13$

Τέλος είναι $\beta^2 = a^2 - \gamma^2 = 169 - 144 = 25$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$

20.2 8)

Γενικά οι εστίες είναι οι $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$ οπότε τώρα που είναι $E'(-4, 0)$ και $E(4, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\gamma = 4$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = 6$

Τέλος είναι $\beta^2 = a^2 - \gamma^2 = 36 - 16 = 20$

Οπότε και επειδή η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

20.2 9)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-a, 0)$ και $A(a, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-5, 0)$ και $A(5, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $a = 5$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\gamma}{5} \Rightarrow \gamma = 2$

Τέλος είναι $\beta^2 = a^2 - \gamma^2 = 25 - 4 = 21$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$

20.2 10)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-a, 0)$ και $A(a, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-8, 0)$ και $A(8, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $a = 8$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\gamma}{8} \Rightarrow \gamma = 4$

Τέλος είναι $\beta^2 = a^2 - \gamma^2 = 64 - 16 = 48$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$

20.2 11)

Γενικά οι κορυφές του μικρού άξονα είναι οι $B'(0, -\beta)$ και $B(0, \beta)$ οπότε τώρα που είναι $B'(0, -6)$ και $B(0, 6)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\beta = 6$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \gamma = \frac{4}{5}a$

Τέλος είναι $\beta^2 = a^2 - \gamma^2 \Rightarrow 6^2 = a^2 - \left(\frac{4}{5}a\right)^2 \Rightarrow 36 \cdot 25 = 25a^2 - 16a^2 \Rightarrow a^2 = 100$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

20.2 12)

Γενικά οι κορυφές του μεγάλου άξονα είναι οι $A'(-\alpha, 0)$ και $A(\alpha, 0)$ οπότε τώρα που είναι $A'(-13, 0)$ και $A(13, 0)$ συμπεραίνουμε ότι ισχύει $\alpha = 13$

Ακόμη $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{\gamma}{13} \Rightarrow \gamma = 5$

Τέλος είναι $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 169 - 25 = 144$

Η έλλειψη έχει εστίες στον άξονα $x'x$ οπότε έχει εξίσωση : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$