

**20.16 1)**

Αφού η εστιακή απόσταση είναι ίση με 8 , συμπεραίνουμε ότι :  $2\gamma = 8 \Rightarrow \gamma = 4$

$$\text{Επίσης : } \varepsilon = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{4}{\alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = 5$$

$$\text{Τέλος , είναι } \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 9$$

Επομένως η έλλειψη

$$\text{έχει εξίσωση : } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ αν έχει τις εστίες της στον } x'x$$

$$\text{ή } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 \text{ αν έχει τις εστίες της στον } y'y$$

**20.16 2)**

Αφού  $AA' = 20$  συμπεραίνουμε ότι  $2\alpha = 20 \Rightarrow \alpha = 10$

$$\text{Επίσης : } \varepsilon = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\gamma}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \gamma = 6 \quad \text{Τα}$$

$$\text{έλος , είναι } \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2 = 64$$

Επομένως η έλλειψη

$$\text{έχει εξίσωση : } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \text{ αν έχει τις εστίες της στον } x'x$$

$$\text{ή } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1 \text{ αν έχει τις εστίες της στον } y'y$$

**20.16 3)**

Είναι  $\alpha = 2\beta$

$$\text{Έστω } \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \text{ η εξίσωση της ζητούμενης έλλειψης}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{\alpha=2\beta}{x^2}}{(2\beta)^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4\beta^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$

Αφού η έλλειψη διέρχεται από το  $A(4,6)$  , θα επαληθεύει την εξίσωση της έλλειψης.

$$\text{Άρα θα ισχύει : } \frac{4^2}{4\beta^2} + \frac{6^2}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \frac{40}{\beta^2} = 1 \Rightarrow \beta^2 = 40$$

$$\text{Τότε : } \alpha^2 = 4\beta^2 = 160 \text{ και η έλλειψη θα έχει εξίσωση } \frac{x^2}{160} + \frac{y^2}{40} = 1$$

$$\text{Όμοια αν θεωρήσουμε ότι η έλλειψη έχει εξίσωση } \frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1$$

$$\text{βρίσκουμε } \alpha^2 = 100 \text{ και } \beta^2 = 25$$

$$\text{και η έλλειψη θα έχει εξίσωση } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1$$