

20.10 1)

Με βάση την ανακλαστική ιδιότητα της έλλειψης η ζητούμενη διχοτόμος είναι η κάθετη στην εφαπτόμενη της έλλειψης στο σημείο M. Όμως η εφαπτόμενη έχει εξίσωση $\frac{xx_1}{16} + \frac{yy_1}{12} = 1$ ^{$x_1=2, y_1=3$} $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2x}{16} + \frac{3y}{12} = 1 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0 \text{ οπότε } \lambda_{\text{εφ}} = -\frac{1}{2} \text{ και άρα } \lambda_{\text{ε}}^{\text{αντιθετοαντίστροφος}} = 2$$

Επομένως η ευθεία ε διέρχεται από το M(2,3) και έχει $\lambda_{\text{ε}} = 2$ άρα έχει εξίσωση $y - 3 = 2(x - 2) \Rightarrow y - 3 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 1$

20.10 2)

Με βάση την ανακλαστική ιδιότητα της έλλειψης, η ζητούμενη διχοτόμος είναι η κάθετη στην εφαπτομένη της έλλειψης στο σημείο M.

$$\text{Όμως η εφαπτομένη έχει εξίσωση } \frac{xx_1}{15} + \frac{yy_1}{10} = 1 \text{ ^{$x_1=3, y_1=2$} } \Rightarrow \frac{3x}{15} + \frac{2y}{10} = 1 \Rightarrow x + y - 5 = 0$$

$$\text{Οπότε } \lambda_{\text{εφ}} = -1 \text{ και άρα } \lambda_{\text{ε}}^{\text{αντιθετοαντίστροφος}} = 1$$

Επομένως η ευθεία ε διέρχεται από το M(3,2) και έχει $\lambda_{\text{ε}} = 1$ άρα έχει εξίσωση :

$$y - 2 = 1(x - 3) \Rightarrow y - x + 1 = 0$$

20.10 3)

Με βάση την ανακλαστική ιδιότητα της έλλειψης, η ζητούμενη διχοτόμος είναι η κάθετη στην εφαπτομένη της έλλειψης στο σημείο M.

$$\text{Όμως η εφαπτομένη έχει εξίσωση } xx_1 + 2yy_1 = 6 \text{ ^{$x_1=-2, y_1=1$} } \Rightarrow -2x + 2y = 6 \Rightarrow -x + y - 3 = 0$$

$$\text{Οπότε } \lambda_{\text{εφ}} = 1 \text{ και άρα } \lambda_{\text{ε}}^{\text{αντιθετοαντίστροφος}} = -1$$

Επομένως η ευθεία ε διέρχεται από το M(-2,1) και έχει $\lambda_{\text{ε}} = -1$ άρα έχει εξίσωση :

$$y - 1 = -1(x + 2) \Rightarrow x + y + 1 = 0$$