

2.13 1)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $\overrightarrow{\Delta\Lambda} = \overrightarrow{\Lambda\Xi}$. Όμως

$$\overrightarrow{\Delta\Lambda} = \overrightarrow{\Delta\text{B}} + \overrightarrow{\text{B}\Lambda} \stackrel{\substack{\overrightarrow{\text{B}\Lambda} = \overrightarrow{\Gamma\text{A}} \Rightarrow \overrightarrow{\Delta\text{B}} = \overrightarrow{\text{A}\Gamma} \\ \overrightarrow{\text{B}\Lambda} = \overrightarrow{\Gamma\Xi}}}{=} \overrightarrow{\text{A}\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Xi} = \overrightarrow{\text{A}\Xi}. \text{ Άρα } \overrightarrow{\Delta\Lambda} = \overrightarrow{\text{A}\Xi} \text{ οπότε το } \Lambda \text{ είναι το μέσο του } \Delta\Xi$$

2.13 2)

Αρκεί να αποδείξουμε ότι $\overrightarrow{\text{A}\text{M}} = \overrightarrow{\text{M}\text{B}}$. Όμως

$$\overrightarrow{\text{M}\Gamma} + \overrightarrow{\text{M}\Delta} = \overrightarrow{\text{A}\Gamma} - \overrightarrow{\Delta\text{B}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{M}\Gamma} - \overrightarrow{\text{A}\Gamma} = -\overrightarrow{\text{M}\Delta} - \overrightarrow{\Delta\text{B}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{M}\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\text{A}} = \overrightarrow{\Delta\text{M}} + \overrightarrow{\text{B}\Delta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{M}\text{A}} = \overrightarrow{\text{B}\Delta} + \overrightarrow{\Delta\text{M}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{M}\text{A}} = \overrightarrow{\text{B}\text{M}}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{A}\text{M}} = \overrightarrow{\text{M}\text{B}}$$

οπότε το M είναι το μέσο του AB

2.13 3)

Έχουμε ισοδύναμα

$$\overrightarrow{\text{O}\text{B}} + \overrightarrow{\text{O}\Delta} = \overrightarrow{\text{A}\text{B}} - \overrightarrow{\Delta\Gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{O}\text{B}} + \overrightarrow{\text{O}\Delta} - \overrightarrow{\text{A}\text{B}} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} = \vec{0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{O}\text{B}} + \overrightarrow{\text{O}\Delta} + \overrightarrow{\text{B}\text{A}} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} = \vec{0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{\text{O}\text{B}} + \overrightarrow{\text{B}\text{A}}) + (\overrightarrow{\text{O}\Delta} + \overrightarrow{\Delta\Gamma}) = \vec{0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{O}\text{A}} + \overrightarrow{\text{O}\Gamma} = \vec{0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{O}\text{A}} = -\overrightarrow{\text{O}\Gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{\text{A}\text{O}} = -\overrightarrow{\text{O}\Gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{A}\text{O}} = \overrightarrow{\text{O}\Gamma} \Leftrightarrow$$

που ισχύει αφού το O είναι μέσο του AΓ