

19.28

Έχουμε : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) = (4 - 1, 4 - 2) = (3, 2)$

και : $\overrightarrow{AG} = (x_G - x_A, y_G - y_A) = (9 - 1, 6 - 2) = (8, 4)$

Άρα το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι :

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AG} \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |4 \cdot 3 - 8 \cdot 2| = \frac{1}{2} |12 - 16| = 2$$

Βρίσκουμε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραβολής στα A , B και Γ

- Για το A : $\varepsilon_1 : yy_A = \rho(x + x_A) \stackrel{\rho=2}{\Rightarrow} 2y = 2(x + 1) \Rightarrow y = x + 1$

- Για το B : $\varepsilon_2 : yy_B = 2(x + x_B) \Rightarrow 4y = 2(x + 4) \Rightarrow y = \frac{x}{2} + 2$

- Για το G : $\varepsilon_3 : yy_G = \rho(x + x_G) \Rightarrow 6y = 2(x + 9) \Rightarrow y = \frac{x}{3} + 3$

Για να βρούμε τις συντεταγμένες των K , Λ και Μ , λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, έπειτα των $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ και τέλος των $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ και βρίσκουμε :

$$K(2,3) , \Lambda(6,5) \text{ και } M(3,4)$$

Επομένως είναι : $\overrightarrow{KL} = (x_\Lambda - x_K, y_\Lambda - y_K) = (6 - 2, 5 - 3) = (4, 2)$

και : $\overrightarrow{KM} = (x_M - x_K, y_M - y_K) = (3 - 2, 4 - 3) = (1, 1)$

Άρα το εμβαδόν του τριγώνου KΛΜ είναι :

$$(K\Lambda M) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{KL} \\ \overrightarrow{KM} \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |4 \cdot 1 - 2 \cdot 2| = 1$$

Άρα πράγματι $(AB\Gamma) = 2 \cdot (K\Lambda M)$