

α) Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεών τους :

$$\begin{cases} y^2 = 9x \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+2)^2 = 9x \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 9x \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ή } x = 4 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Για $x = 1$ είναι $y = 1 + 2 = 3$

Για $x = 4$ είναι $y = 4 + 2 = 6$

Άρα έχουμε $A(1,3)$ και $B(4,6)$

β) Βρίσκουμε αρχικά τις συντεταγμένες των K και Λ

Η προβολή του A στον άξονα $y'y$ είναι το σύστημα τομής της κάθετης από το A στον $y'y$ και του άξονα $y'y$. Άρα είναι $K(0,3)$. Όμοια είναι $\Lambda(0,6)$

$$\text{Έχουμε λοιπόν: } (AK) \cdot (BL) = \sqrt{(0-1)^2 + (3-3)^2} \cdot \sqrt{(0-4)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{4^2} = 4$$

Για να βρούμε που τέμνει η ϵ τον άξονα $x'x$, θέτουμε στην εξίσωσή της $y = 0$ και έχουμε : $0 = x + 2 \Rightarrow x = -2$

$$\text{Άρα είναι } M(-2,0) \text{ και } (OM)^2 = \sqrt{(-2-0)^2} = 4$$

$$\text{Οπότε : } (AK) \cdot (BL) = (OM)^2$$