

19.10 1)

Προφανώς πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων τους. Οπότε

$$\begin{cases} y^2 = 8x \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x)^2 = 8x \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 - 8x = 0 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x(x-2) = 0 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ή } x = 2 \\ y = 2x \end{cases}$$

για $x = 0$ έχουμε $y = 2 \cdot 0 = 0$ και για $x = 2$ έχουμε $y = 2 \cdot 2 \Rightarrow y = 4$

Οπότε η παραβολή και η ευθεία έχουν δύο κοινά σημεία (τέμνονται) το $A(0,0)$ και το $B(2,4)$

19.10 2)

Προφανώς πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων τους.

$$\text{Οπότε : } \begin{cases} x^2 = 4y \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-2y)^2 = 4y \\ x = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y^2 = 4y \\ x = -2y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4y(y-1) = 0 \\ x = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ή } y = 1 \\ x = -2y \end{cases}$$

Για $y = 0$ έχουμε $x = -2 \cdot 0 = 0$ και για $y = 1$ έχουμε $x = -2$

Οπότε η παραβολή και η ευθεία έχουν δύο κοινά σημεία (τέμνονται)

το $A(0,0)$ και το $B(-2,1)$

19.10 3)

Προφανώς πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων τους.

$$\text{Οπότε : } \begin{cases} y^2 = 2x \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-4)^2 = 2x \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 2x \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 16 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ή } x = 8 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

Για $x = 2$ έχουμε $y = 2 - 4 = -2$ και για $x = 8$ έχουμε $y = 8 - 4 = 4$

Οπότε η παραβολή και η ευθεία έχουν δύο κοινά σημεία (τέμνονται)

το $A(2,-2)$ και το $B(8,4)$

19.10 4)

Προφανώς πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων τους.

$$\text{Οπότε : } \begin{cases} x^2 = -6y \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -6(x+3) \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -6x - 18 \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 18 = 0 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

Το τριώνυμο $x^2 + 6x + 18$ έχει $\Delta = -36 < 0$

Άρα η εξίσωση $x^2 + 6x + 18 = 0$ είναι αδύνατη

Άρα και το παραπάνω σύστημα είναι αδύνατο

Άρα η παραβολή και η ευθεία δεν έχουν κοινά σημεία

19.10 5)

Προφανώς πρέπει να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων τους.

$$\text{Οπότε: } \begin{cases} y^2 = -4x \\ 2x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = -2 \cdot 2x \\ 2x = 4 - 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = -2(4 - 3y) \\ x = 2 - \frac{3}{2}y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = -8 + 6y \\ x = 2 - \frac{3}{2}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 - 6y + 8 = 0 \\ x = 2 - \frac{3}{2}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \text{ ή } y = 4 \\ x = 2 - \frac{3}{2}y \end{cases}$$

$$\text{Για } y = 2 \text{ έχουμε } x = 2 - \frac{3}{2} \cdot 2 = -1 \text{ και για } y = 4 \text{ έχουμε } x = 2 - \frac{3}{2} \cdot 4 = -4$$

Οπότε η παραβολή και η ευθεία έχουν δύο κοινά σημεία (τέμνονται)

το $A(-1, 2)$ και το $B(-4, 4)$