

18.7 1)

α) Έχουμε την μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -4$, $B = -2$, $\Gamma = -4$ και
 $A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-4)^2 + (-2)^2 - 4(-4) = 36 > 0$.

Άρα η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-4}{2}, -\frac{-2}{2}\right) = K(2, 1) \text{ και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

β) Έχουμε την μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -2$, $B = 3$, $\Gamma = 7$ και
 $A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + 3^2 - 4 \cdot 7 = 13 - 28 = -15 < 0$

Άρα η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x + 3y + 7 = 0$ δεν παριστάνει κύκλο

γ) Είναι $2x^2 + 2y^2 - 2x - 6y - 3 = 0 \Leftrightarrow \overset{\text{διαιρούμε με 2}}{x^2 + y^2 - x - 3y - \frac{3}{2} = 0}$, οπότε έχουμε την μορφή

$x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -1$, $B = -3$ και $\Gamma = -\frac{3}{2}$ και

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-1)^2 + (-3)^2 - 4\left(-\frac{3}{2}\right) = 1 + 9 + 6 = 16.$$

Άρα η εξίσωση $2x^2 + 2y^2 - 2x - 6y - 3 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-1}{2}, -\frac{-3}{2}\right) = K\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

δ) Η εξίσωση $2x^2 + 3y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$ δεν παριστάνει κύκλο καθώς δεν είναι (ούτε μπορεί να γίνει) της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$

ε) Έχουμε την μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -2$, $B = 0$ και $\Gamma = -2$ και
 $A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + 0^2 - 4(-2) = 12 > 0$.

Άρα η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{0}{2}\right) = K(1, 0) \text{ και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

18.7 2)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 6$, $B = 10$, $\Gamma = 33$

Και $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 6^2 + 10^2 - 4 \cdot 33 = 4 > 0$

Άρα η εξίσωση: $x^2 + y^2 + 6x + 10y + 33 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο:

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{6}{2}, -\frac{10}{2}\right) = K(-3, 5) \text{ και ακτίνα:}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$$

18.7 3)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 8$, $B = -4$, $\Gamma = -5$

Και $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 8^2 + (-4)^2 - 4 \cdot (-5) = 100 > 0$

Άρα η εξίσωση: $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο:

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{8}{2}, -\frac{-4}{2}\right) = K(-4, 2) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

18.7 4)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -6$, $B = 2$, $\Gamma = 6$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-6)^2 + 2^2 - 4 \cdot 6 = 16 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-6}{2}, -\frac{2}{2}\right) = K(3, 1) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

18.7 5)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -6$, $B = 4$, $\Gamma = -3$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-6)^2 + 4^2 - 4 \cdot (-3) = 64 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-6}{2}, -\frac{4}{2}\right) = K(3, -2) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{64}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

18.7 6)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -2$, $B = 2$, $\Gamma = 0$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + 2^2 = 8 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{2}{2}\right) = K(1, -1) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

18.7 7)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 0$, $B = -4$, $\Gamma = -5$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 2^2 - 4 \cdot (-5) = 36 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(0, -\frac{-4}{2}\right) = K(0, 2) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

18.7 8)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 0$, $B = 8$, $\Gamma = -9$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 8^2 - 4 \cdot (-9) = 100 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 + 8x - 9 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(0, -\frac{8}{2}\right) = K(0, -4) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

18.7 9)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 2, B = 0, \Gamma = -3$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 2^2 - 4 \cdot (-3) = 16 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{2}{2}, 0\right) = K(-1, 0) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

18.7 10)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 0, B = 0, \Gamma = -9$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = -4 \cdot (-9) = 36 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 9$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K(0, 0) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

18.7 11)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 2, B = 2, \Gamma = 3$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 2^2 + 2^2 - 4 \cdot 3 = -4 < 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$ δεν παριστάνει κύκλο

18.7 12)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -4, B = -2, \Gamma = 5$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-4)^2 + (-2)^2 - 4 \cdot 5 = 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$ δεν παριστάνει κύκλο

18.7 13)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 2, B = 2, \Gamma = -1$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 2^2 + 2^2 - 4 \cdot (-1) = 12 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{2}{2}, -\frac{2}{2}\right) = K(-1, -1) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

18.7 14)

Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -6, B = 0, \Gamma = -3$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-6)^2 - 4 \cdot (-3) = 48 > 0$$

Άρα η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 6x - 3 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-6}{2}, 0\right) = K(3, 0) \text{ και ακτίνα :}$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

18.7 15)

$$\text{Είναι } 4x^2 + 4y^2 + 16x - 8y + 19 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + \frac{19}{4} = 0$$

$$\text{Άρα έχουμε τη μορφή } x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A = 4, B = -2, \Gamma = \frac{19}{4}$$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = 4^2 + (-2)^2 - 4 \cdot \frac{19}{4} = 1 > 0$$

Άρα η εξίσωση $4x^2 + 4y^2 + 16x - 8y + 19 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{4}{2}, -\frac{-2}{2}\right) = K(-2, 1)$$

$$\text{Και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

18.7 16)

$$\text{Είναι } 4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 2y + \frac{1}{4} = 0$$

$$\text{Άρα έχουμε τη μορφή } x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A = -1, B = -2, \Gamma = \frac{1}{4}$$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-1)^2 + (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} = 1 + 4 - 1 = 4 > 0$$

Άρα η εξίσωση $4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-1}{2}, -\frac{-2}{2}\right) = K\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$\text{Και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

18.7 17)

$$\text{Είναι } 2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{Άρα έχουμε τη μορφή } x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A = -2, B = 4, \Gamma = \frac{9}{2}$$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + 4^2 - 4 \cdot \frac{9}{2} = 2 > 0$$

Άρα η εξίσωση $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 9 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{4}{2}\right) = K(1, -2)$$

$$\text{Και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

18.7 18)

$$\text{Είναι } 9x^2 + 9y^2 - 18x - 36y + 44 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + \frac{44}{9} = 0$$

$$\text{Άρα έχουμε τη μορφή } x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A = -2, B = -4, \Gamma = \frac{44}{9}$$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + (-4)^2 - 4 \cdot \frac{44}{9} = \frac{4}{9} > 0$$

Άρα η εξίσωση $9x^2 + 9y^2 - 18x - 36y + 44 = 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{-4}{2}\right) = K(1, 2)$$

$$\text{Και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{4}{9}}}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$$

18.7 19)

$$\text{Είναι } 3x^2 + 3y^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + \frac{2}{3} = 0$$

Άρα έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -2$, $B = 0$, $\Gamma = \frac{2}{3}$

$$\text{Και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + 0^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} > 0$$

Άρα η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x + \frac{2}{3}$ παριστάνει κύκλο με κέντρο :

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(-\frac{-2}{2}, \frac{0}{2}\right) = K(1, 0)$$

$$\text{Και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

18.7 20)

Η εξίσωση $4x^2 + 2y^2 - x + 5y - 1$ δεν παριστάνει κύκλο καθώς δεν είναι

(ούτε μπορεί να γίνει) της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$

18.7 21)

Η εξίσωση $2x^2 + 3y^2 + 2x + 6y - 7$ δεν παριστάνει κύκλο καθώς δεν είναι

(ούτε μπορεί να γίνει) της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$