

18.37

$$\text{Έχουμε: } K(x^2 + 3y^2) + (y - 3x + 1)(y + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \kappa x^2 + 3\kappa y^2 + y^2 + 3xy + 2y - 3xy - 9x^2 - 6x + y + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \kappa x^2 + 3\kappa y^2 + y^2 + 2y - 3x^2 - 6x + y + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\kappa - 9)x^2 + (3\kappa + 1)y^2 - 3x + 3y + 2 = 0$$

Για να είναι η παραπάνω εξίσωση της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$

Θα πρέπει να είναι $\kappa - 9 = 3\kappa + 1 \neq 0$ ώστε να μπορούμε να διαιρέσουμε

Πράγματι, αν $\kappa - 9 = 3\kappa + 1 \Leftrightarrow \kappa = -5$ η εξίσωση γράφεται :

$$-14x^2 - 14y^2 - 3x + 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + \frac{3}{14}x - \frac{3}{14}y - \frac{1}{7} = 0$$

που είναι της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = \frac{3}{14}, B = -\frac{3}{14}$ και $\Gamma = -\frac{1}{7}$

$$\text{και } A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$$

Άρα για $\kappa = -5$ η αρχική εξίσωση παριστάνει κύκλο