

18.31

$$\text{Έχουμε : } \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = 100 \Rightarrow |\overline{AM}|^2 + |\overline{BM}|^2 = 100$$

$$\text{Όπου } \overline{AM} = (x-1, y-2) \text{ και } \overline{BM} = (x-7, y+6)$$

$$\text{Άρα } (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x-7)^2 + (y+6)^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + x^2 - 14x + 49 + y^2 + 12y + 36 = 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 16x + 8y - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$$

που είναι της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma$ με $A = -8$, $B = 4$, $\Gamma = -5$

και $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 100 > 0$ άρα η εξίσωση παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K(4, -2) \text{ και ακτίνα } \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = 5$$