

Έχουμε $x + 2y - \mu = 0 \Leftrightarrow x = \mu - 2y$

Αφού η ευθεία αυτή τέμνει τον κύκλο με εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 10 = 0$

σε δύο σημεία, το σύστημα των εξισώσεών τους, έχει δύο λύσεις :

$$\begin{cases} x = \mu - 2y \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \mu - 2y \\ (\mu - 2y)^2 + y^2 - 6(\mu - 2y) - 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \mu - 2y \\ \mu^2 + 4\mu y + 4y^2 + y^2 - 6\mu + 12y - 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \mu - 2y \\ 5y^2 + (10 - 4\mu)y + \mu^2 - 6\mu - 10 = 0 \end{cases}$$

Το τριώνυμο $5y^2 + (10 - 4\mu)y + \mu^2 - 6\mu - 10$

έχει : $\Delta = (10 - 4\mu)^2 - 4 \cdot 5(\mu^2 - 6\mu - 10) =$

$$= 100 - 80\mu + 16\mu^2 - 20\mu^2 + 120\mu + 200 =$$

$$= -4\mu^2 + 40\mu + 300$$

Το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες $\mu = -5$ και $\mu = 15$

Για να έχει η αρχική εξίσωση δύο λύσεις θα πρέπει $\Delta > 0 \stackrel{\alpha < 0}{\Rightarrow} \mu \in (-5, 15)$