

18.27

α) Η εξίσωση C: $(\kappa+2)x^2 + (\kappa+2)y^2 - 2\kappa x + 5y - (\kappa+2) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{2\kappa}{\kappa+2}x + \frac{5}{\kappa+2}y - 1 = 0, \quad \kappa \neq -2$$

είναι της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$

$$\text{με } A = -\frac{2\kappa}{\kappa+2}, B = \frac{5}{\kappa+2}, \Gamma = -1$$

$$\text{και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = \left(-\frac{2\kappa}{\kappa+2}\right)^2 + \left(\frac{5}{\kappa+2}\right)^2 - 4(-1) =$$

$$= \frac{4\kappa^2}{(\kappa+2)^2} + \frac{25}{(\kappa+2)^2} + 4 > 0$$

άρα για $\kappa \neq -2$ (για να μπορούμε να διαιρέσουμε με $\kappa+2$) η εξίσωση παριστάνει κύκλο

β) Ο κύκλος C έχει κέντρο $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) = K\left(\frac{\kappa}{\kappa+2}, \frac{5}{\kappa+2}\right)$

Η διάμετρος του κύκλου διέρχεται από το κέντρο του, άρα οι συντεταγμένες του K θα ικανοποιούν την εξίσωση της διαμέτρου:

$$3 \cdot \frac{\kappa}{\kappa+2} + 6 \left(\frac{-5}{2\kappa+4} \right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{3\kappa}{\kappa+2} - \frac{15}{\kappa+2} + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3\kappa - 15 + 4(\kappa+2) = 0 \Leftrightarrow 3\kappa - 15 + 4\kappa + 8 = 0 \Leftrightarrow 7\kappa = 7 \Leftrightarrow \kappa = 1$$