

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

18.19 1)

Έστω $C: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ η εξίσωση του ζητούμενου κύκλου C . Τότε

$$\Lambda \in C \Leftrightarrow (-6)^2 + (-2)^2 + A(-6) + B(-2) + \Gamma = 0 \Leftrightarrow -6A - 2B + \Gamma = -40 \quad (1)$$

$$M \in C \Leftrightarrow 12^2 + 4^2 + 12A + 4B + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 12A + 4B + \Gamma = -160 \quad (2)$$

$$N \in C \Leftrightarrow 8^2 + 12^2 + 8A + 12B + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 8A + 12B + \Gamma = -198 \quad (3)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2) και (3) βρίσκουμε $A = -4$, $B = -8$ και $\Gamma = -80$

$$\text{Παρατηρούμε ότι } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-4)^2 + (-8)^2 - 4(-80) = 400 > 0$$

οπότε ο κύκλος C έχει εξίσωση $C: x^2 + y^2 - 4x - 8y - 80 = 0$

- Παρατήρηση: Μπορούσαμε να είχαμε χρησιμοποιήσει την εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$
Τότε όμως θα είχαμε πολύ περισσότερες πράξεις

18.19 2)

Έστω $c: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ η εξίσωση του ζητούμενου κύκλου C

$$\text{Τότε: } \Lambda \in C \Leftrightarrow 0^2 + 0^2 + A \cdot 0 + B \cdot 0 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow \Gamma = 0 \quad (1)$$

$$M \in C \Leftrightarrow 0^2 + 2^2 + A \cdot 0 + B \cdot 2 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 4 + 2B + \Gamma = 0 \quad (2)$$

$$N \in C \Leftrightarrow 3^2 + 3^2 + A \cdot 3 + B \cdot 3 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 18 + 3A + 3B + \Gamma = 0 \quad (3)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2), (3) βρίσκουμε $A = -4$, $B = -2$, $\Gamma = 0$

Παρατηρούμε ότι $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 20 > 0$ οπότε ο κύκλος έχει εξίσωση :

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 5 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$$

18.19 3)

Έστω $c: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ η εξίσωση του ζητούμενου κύκλου C

$$\text{Τότε: } \Lambda \in C \Leftrightarrow 1^2 + 1^2 + A \cdot 1 + B \cdot 1 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 2 + A + B + \Gamma = 0 \quad (1)$$

$$M \in C \Leftrightarrow 1^2 + (-1)^2 + A \cdot 1 + B \cdot (-1) + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 2 + A - B + \Gamma = 0 \quad (2)$$

$$N \in C \Leftrightarrow 2^2 + 0^2 + A \cdot 2 + B \cdot 0 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 4 + 2A + \Gamma = 0 \quad (3)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2), (3) βρίσκουμε $A = -2$, $B = 0$, $\Gamma = 0$

Παρατηρούμε ότι $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 4 > 0$ οπότε ο κύκλος έχει εξίσωση :

$$x^2 + y^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1$$

18.19 4)

Έστω $c: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ η εξίσωση του ζητούμενου κύκλου C

$$\text{Τότε: } \Lambda \in C \Leftrightarrow (-5)^2 + 4^2 + A \cdot (-5) + B \cdot 4 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 4 - 5A + 4B + \Gamma = 0 \quad (1)$$

$$M \in C \Leftrightarrow 2^2 + 5^2 + A \cdot 2 + B \cdot 5 + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 29 + 2A + 5B + \Gamma = 0 \quad (2)$$

$$N \in C \Leftrightarrow 3^2 + (-2)^2 + A \cdot 3 + B \cdot (-2) + \Gamma = 0 \Leftrightarrow 13 + 3A - 2B + \Gamma = 0 \quad (3)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2), (3) βρίσκουμε $A = 2$, $B = -2$, $\Gamma = -23$

Παρατηρούμε ότι $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 100 > 0$ οπότε ο κύκλος έχει εξίσωση :

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 25 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$$