

18.16 1)

α) Έχουμε την μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 4$, $B = 1$, $\Gamma = -12$ και
 $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 4^2 + 1^2 - 4 \cdot (-12) = 65 > 0$. Άρα η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο

β) Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $x'x$ θέτουμε $y = 0$ και έχουμε

$$x^2 + 0^2 + 4x + 0 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -6 \text{ ή } x = 2$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(-6, 0)$ και $(2, 0)$

Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $y'y$ θέτουμε $x = 0$ και έχουμε

$$0^2 + y^2 + 4 \cdot 0 + y - 12 = 0 \Leftrightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = -4 \text{ ή } y_2 = 3$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $y'y$ στα σημεία $(0, -4)$ και $(0, 3)$

18.16 2)

α) Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -2$, $B = -2$, $\Gamma = -15$

$$\text{και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-2)^2 + (-2)^2 - 4 \cdot (-15) = 64 > 0$$

Άρα η εξίσωση παριστάνει κύκλο

β) Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $x'x$ θέτουμε $y = 0$ και έχουμε :

$$x^2 + 0^2 - 2x - 2 \cdot 0 - 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ή } x = 5$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(-3, 0), (5, 0)$

Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $y'y$ θέτουμε $x = 0$ και έχουμε :

$$0^2 + y^2 - 2 \cdot 0 - 2y - 15 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 2y - 15 = 0 \Leftrightarrow y = -3 \text{ ή } y = 5$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $y'y$ στα σημεία $(0, -3), (0, 5)$

18.16 3)

α) Έχουμε τη μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = -7$, $B = -5$, $\Gamma = 6$

$$\text{και } A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-7)^2 + (-5)^2 - 4 \cdot 6 = 50 > 0$$

Άρα η εξίσωση παριστάνει κύκλο

β) Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $x'x$ θέτουμε $y = 0$ και έχουμε :

$$x^2 + 0^2 - 7x - 5 \cdot 0 + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 6$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $(1, 0), (6, 0)$

Για να βρούμε που τέμνει ο κύκλος τον άξονα $y'y$ θέτουμε $x = 0$ και έχουμε :

$$0^2 + y^2 - 7 \cdot 0 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ ή } y = 3$$

Οπότε ο κύκλος τέμνει τον άξονα $y'y$ στα σημεία $(0, 2), (0, 3)$