

18.14 1)

Ο κύκλος C έχει κέντρο το $K(-3, 2)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Η ευθεία $3x + y - 8 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{1} = -3$. Άρα αφού η ζητούμενη

εφαπτόμενη ε είναι παράλληλη στην ευθεία $3x + y - 8 = 0$ θα έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης

δηλαδή $\lambda_{\varepsilon} = -3$ και άρα θα έχει εξίσωση $\varepsilon: y = -3x + \beta$

Απομένει να βρούμε τον αριθμό β

Όμως επειδή η ε εφάπτεται στον κύκλο θα ισχύει

$$d(K, \varepsilon) = \rho \quad \begin{matrix} \varepsilon: y = -3x + \beta \\ \Leftrightarrow 3x + y - \beta = 0 \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|3(-3) + 2 - \beta|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 2\sqrt{10} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} \varepsilon: y = -3x + \beta \\ \Leftrightarrow 3x + y - \beta = 0 \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad |-7 - \beta| = 2\sqrt{10}^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |\beta + 7| = 20 \Leftrightarrow \beta + 7 = 20 \quad \text{ή} \quad \beta + 7 = -20 \Leftrightarrow \beta = 13 \quad \text{ή} \quad \beta = -27$$

- για $\beta = 13$ η ζητούμενη εφαπτόμενη είναι η $\varepsilon: y = -3x + 13$
- για $\beta = -27$ η ζητούμενη εφαπτόμενη είναι η $\varepsilon: y = -3x - 27$

18.14 2)

Ο κύκλος C έχει κέντρο το $K(-2, -1)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Οι ζητούμενες εφαπτομένες έχουν συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -1$, και άρα θα

Έχουν εξίσωση $\varepsilon: y = -x + \beta$ Απομένει να βρούμε τον αριθμό β

Όμως επειδή η ε εφάπτεται στον κύκλο θα ισχύει :

$$d(K, \varepsilon) = \rho \quad \begin{matrix} \varepsilon: y = -x + \beta \\ \Leftrightarrow -x - y + \beta = 0 \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|-(-2) - (-1) + \beta|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|3 + \beta|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |3 + \beta| = 4 \Leftrightarrow 3 + \beta = 4 \quad \text{ή} \quad 3 + \beta = -4 \Leftrightarrow \beta = 1 \quad \text{ή} \quad \beta = -7$$

- Για $\beta = 1$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = -x + 1$
- Για $\beta = -7$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = -x - 7$

18.14 3)

Ο κύκλος C έχει κέντρο το $K(2, -1)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{5}$

Οι ζητούμενες εφαπτομένες έχουν συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 1$, και άρα θα

Έχουν εξίσωση $\varepsilon: y = x + \beta$ Απομένει να βρούμε τον αριθμό β

Όμως επειδή η ε εφάπτεται στον κύκλο θα ισχύει :

$$d(K, \varepsilon) = \rho \quad \begin{matrix} \varepsilon: y = x + \beta \\ \Leftrightarrow x - y + \beta = 0 \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|1 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) + \beta|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|3 + \beta|}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |3 + \beta| = 2 \Leftrightarrow 3 + \beta = 2 \quad \text{ή} \quad 3 + \beta = -2 \Leftrightarrow \beta = -1 \quad \text{ή} \quad \beta = -5$$

- Για $\beta = -1$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = x - 1 \Leftrightarrow y - x + 1 = 0$
- Για $\beta = -5$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = x - 5 \Leftrightarrow y - x + 5 = 0$

18.14 4)

Ο κύκλος $C: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$

Έχει κέντρο $K(-3, 2)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{5}$

Η ευθεία $4x - 2y - 17 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{A}{B} = -\frac{4}{-2} = 2$

Άρα αφού η ζητούμενη εφαπτομένη ε είναι παράλληλη σε αυτήν, θα έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης, δηλαδή: $\lambda_{\varepsilon} = 2$ και άρα θα έχει εξίσωση: $\varepsilon: y = 2x + \beta$

Απομένει να βρούμε τον αριθμό β .

Επειδή η ευθεία ε εφάπτεται στον κύκλο, θα ισχύει:

$$d(K, \varepsilon) = \rho \Leftrightarrow \frac{\varepsilon: 2x - y + \beta = 0}{\frac{|2 \cdot (-3) - 2 + \beta|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |\beta - 8| = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \beta - 8 = 5 \quad \text{ή} \quad \beta - 8 = -5$$

$$\Leftrightarrow \beta = 13 \quad \text{ή} \quad \beta = 3$$

- Για $\beta = 13$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = 2x + 13$
- Για $\beta = 3$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = 2x + 3$

18.14 5)

Ο κύκλος C έχει κέντρο το $K(1, 1)$ και ακτίνα:

$$\rho = \frac{\sqrt{4 + 4 - 4 \cdot (-8)}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$$

Η ευθεία $x - 3y + 1 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{1}{3}$

Άρα αφού η εφαπτομένη ε είναι παράλληλη στην ευθεία $x - 3y + 1$ θα έχει

τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης, δηλαδή $\lambda_{\varepsilon} = \frac{1}{3}$

και άρα θα έχει εξίσωση: $\varepsilon: y = \frac{1}{3}x + \beta$ Απομένει να βρούμε τον αριθμό β

Όμως επειδή η ε εφάπτεται στον κύκλο θα ισχύει:

$$d(K, \varepsilon) = \rho \Leftrightarrow \frac{\varepsilon: y = \frac{1}{3}x + \beta}{\frac{|\frac{1}{3} \cdot 1 - 1 + \beta|}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1^2}}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \left| \beta - \frac{2}{3} \right| = \frac{10}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \beta - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{ή} \quad \beta - \frac{2}{3} = -\frac{10}{3} \Leftrightarrow \beta = 4 \quad \text{ή} \quad \beta = -\frac{8}{3}$$

- Για $\beta = 4$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = \frac{1}{3}x + 4 \Leftrightarrow 3y - x - 4 = 0$
- Για $\beta = -\frac{8}{3}$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \Leftrightarrow 3y - x - 8 = 0$

18.14 6)

Ο κύκλος C έχει κέντρο το $K(3, -1)$ και ακτίνα:

$$P = \frac{\sqrt{36+4-4\cdot 5}}{2} = \sqrt{5}$$

Η ευθεία $2x + y + 7 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -2$

Άρα αφού η εφαπτομένη ε είναι κάθετη στην ευθεία $2x + y + 7$ θα έχει

συντελεστή διεύθυνσης, δηλαδή $\lambda_{\varepsilon} = \frac{1}{2}$

και άρα θα έχει εξίσωση: $\varepsilon: y = \frac{1}{2}x + \beta$ Απομένει να βρούμε τον αριθμό β

Όμως επειδή η ε εφάπτεται στον κύκλο θα ισχύει:

$$d(\kappa, \varepsilon) = \rho \Leftrightarrow \frac{\varepsilon: y = \frac{1}{2}x + \beta \left| \frac{1}{2} \cdot 3 - (-1) + \beta \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left| \frac{5}{2} + \beta \right| = \frac{5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} + \beta = \frac{5}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{5}{2} + \beta = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \beta = 0 \quad \text{ή} \quad \beta = -5$$

- Για $\beta = 0$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: 2y - x = 0$
- Για $\beta = -5$ η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $\varepsilon: 2y - x + 10 = 0$