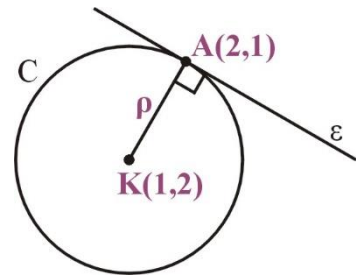


18.13 1)

α) Είναι $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2 \Leftrightarrow (2-1)^2 + (1-2)^2 = 2 \Leftrightarrow 1+1=2$ που ισχύει άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(2,1)$. Συνεπώς

το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη, προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της, είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει)



Από την γεωμετρία γνωρίζουμε ότι εφαπτόμενη στο σημείο A

είναι κάθετη στην ακτίνα KA όπου K είναι το κέντρο του κύκλου.

Το K έχει συντεταγμένες $K(1,2)$ άρα η ακτίνα KA έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda_{KA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-2}{2-1} = -1 \text{ και αφού η εφαπτόμενη είναι κάθετη στην ακτίνα KA θα έχει}$$

συντελεστή διεύθυνσης (αντιθετοαντίστροφο του λ_{KA}) $\lambda_{\epsilon\phi} = 1$. Επομένως η εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A έχει εξίσωση $y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - 1 = 1(x - 2) \Leftrightarrow y = x - 1$

18.13 2)

α) Είναι $C: (x+1)^2 + (y+4)^2 = 2 \Leftrightarrow (-2+1)^2 + (-3+4)^2 = 2$ που ισχύει, άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το $A(-2,-3)$. Συνεπώς το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη, προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της, είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει). Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη στο σημείο A είναι κάθετη στην ακτίνα KA, όπου K το κέντρο του κύκλου

Το K έχει συντεταγμένες $K(-1,-4)$ άρα η ακτίνα KA έχει συντελεστή διεύθυνσης:

$$\lambda_{KA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-4)}{-2 - (-1)} = -1$$

και αφού η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ακτίνα KA θα έχει συντελεστή διεύθυνσης (αντιθετοαντίστροφο του λ_{KA}) $\lambda_{\epsilon\phi} = 1$

Επομένως η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A έχει εξίσωση:

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - (-3) = 1 \cdot (x - (-2)) \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$$

18.13 3)

α) Είναι $C: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 10 \Leftrightarrow (1+2)^2 + (2-1)^2 = 10$ που ισχύει, άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το $A(1,2)$. Συνεπώς το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη, προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της, είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει). Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη στο σημείο A είναι κάθετη στην ακτίνα KA, όπου K το κέντρο του κύκλου

Το K έχει συντεταγμένες $K(-2,1)$ άρα η ακτίνα KA έχει συντελεστή διεύθυνσης:

$$\lambda_{KA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{1-(-2)} = \frac{1}{3}$$

και αφού η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ακτίνα KA θα έχει συντελεστή διεύθυνσης (αντιθετοαντίστροφο του λ_{KA}) $\lambda_{\epsilon\phi} = -3$

Επομένως η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A έχει εξίσωση:

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - 2 = -3(x - 1) \Leftrightarrow y = -3x + 5$$

18.13 4)

α) Είναι $C: (x-4)^2 + (y+2)^2 = 50 \stackrel{(x,y)=(-1,3)}{\Leftrightarrow} (-1-4)^2 + (3+2)^2 = 50$, που ισχύει , άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το $A(-1,3)$. Συνεπώς το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη , προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της , είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει)
Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη στο σημείο A είναι κάθετη στην ακτίνα KA , όπου K το κέντρο του κύκλου

Το K έχει συντεταγμένες $K(4, -2)$ άρα η ακτίνα KA έχει συντελεστή διεύθυνσης :

$$\lambda_{KA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{-1 - 4} = -1$$

και αφού η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ακτίνα KA θα έχει συντελεστή διεύθυνσης (αντιθετοαντίστροφο του λ_{KA}) $\lambda_{\epsilon\phi} = 1$

Επομένως η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A έχει εξίσωση :

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - 3 = 1 \cdot (x - (-1)) \Leftrightarrow y = x + 4$$

18.13 5)

α) Είναι $C: (x-3)^2 + (y+2)^2 = 4 \stackrel{(x,y)=(3,0)}{\Leftrightarrow} (3-3)^2 + (0+2)^2 = 4$, που ισχύει , άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το $A(3,0)$. Συνεπώς το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη , προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της , είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει)
Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη στο σημείο A είναι κάθετη στην ακτίνα KA , όπου K το κέντρο του κύκλου

Το K έχει συντεταγμένες $K(3, -2)$ άρα έχει την ίδια τετμημένη με το σημείο

$A(3)$. Οπότε η ακτίνα KA θα είναι παράλληλη στον άξονα $y'y(x=3)$. Και αφού η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ακτίνα KA , θα είναι κάθετη στον άξονα $y'y$ και θα έχει εξίσωση $y = 0$, αφού διέρχεται από το $A(3,0)$

18.13 6)

α) Είναι $C: (x+3)^2 + (y-1)^2 = 16 \stackrel{(x,y)=(1,1)}{\Leftrightarrow} (1+3)^2 + (1-1)^2 = 16$ που ισχύει , άρα $A \in C$

β) Η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το $A(1,1)$. Συνεπώς το μόνο που χρειαζόμαστε ακόμη , προκειμένου να βρούμε την εξίσωση της , είναι ο συντελεστής διεύθυνσης (αν έχει)
Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη στο σημείο A είναι κάθετη στην ακτίνα KA , όπου K το κέντρο του κύκλου

Το K έχει συντεταγμένες $K(-3,1)$ άρα έχει την ίδια τετμημένη με το σημείο

$A(1)$. Οπότε η ακτίνα KA θα είναι κάθετη στον άξονα $y'y(y=1)$. Και αφού η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ακτίνα KA , θα είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ και θα έχει εξίσωση $x = 1$, αφού διέρχεται από το $A(1,1)$