

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 17.5**ΘΕΜΑ 1**

A) α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

B) Η ευθεία που διέρχεται από τα $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης :

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ και επομένως η εξίσωση } y - y_0 = \lambda(x - x_0) \text{ γίνεται :}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

ΘΕΜΑ 2

α) Η ευθεία $\varepsilon_1 : x - 3y = 4$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_1 = \frac{1}{3}$

Η ευθεία $\varepsilon_2 : 9x + 3y = 6$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_2 = -\frac{9}{3} = -3$

Άρα είναι $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1 \Rightarrow \varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$

β) Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$:

$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 9x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = x - 4 \\ 9x + x - 4 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Άρα οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται στο $A(1, -1)$

γ) Οι ευθείες κάθετα στον $x'x$, έχουν τη μορφή $x = x_0$. Αφού η ζητούμενη ευθεία διέρχεται και από το $A(1, -1)$, έχει εξίσωση $x = 1$

ΘΕΜΑ 3

α) Το σημείο A είναι σημείο τομής των AB, AD. Άρα λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων τους

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ x + 3 = -2x + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Άρα η κορυφή A έχει συντεταγμένες $A(1, 4)$

β) Το K είναι το μέσο της διαγωνίου AG. Άρα αν είναι $\Gamma(x, y)$ έχουμε :

$$\left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2} \right) = (2, 3) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} = 2 \\ \frac{y+4}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Άρα η κορυφή G έχει συντεταγμένες $\Gamma(3, 2)$

γ) Η BΓ είναι παράλληλη στην AD, άρα έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_{B\Gamma} = \lambda_{AD} = 1$ και αφού διέρχεται από το $\Gamma(3, 2)$ θα έχει εξίσωση :

$$y - 2 = 1(x - 3) \Rightarrow y = x - 1$$

Η ΓΔ είναι παράλληλη στην AB, άρα έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_{\Gamma D} = \lambda_{AB} = -2$

και αφού διέρχεται από το $\Gamma(3, 2)$, θα έχει εξίσωση : $y - 2 = -2(x - 3) \Rightarrow y = -2x + 8$

ΘΕΜΑ 4

α) Για $\alpha \neq 2$, η $\varepsilon_1: 3(\alpha-2)x - (\alpha-2)y - 4\alpha - 1 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda_1 = \frac{3(\alpha-2)}{\alpha-2} = 3$$

Η $\varepsilon_2: (\alpha-2)x + 2(\alpha-2)y + \alpha - 3 = 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης: $\lambda_2 = \frac{-(\alpha-2)}{2} = -\frac{1}{2}$

Άρα είναι $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Επομένως οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ δεν είναι παράλληλες και άρα δεν τέμνονται

β) Θέτουμε $\alpha - 2 = \kappa$. Οπότε το σύστημα των δύο ευθειών γράφεται:

$$\begin{cases} 3\kappa x - \kappa y - 4\kappa - 9 = 0 \\ \kappa x + 2\kappa y + \kappa - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\kappa x - \kappa y - 4\kappa - 9 = 0 \\ -9\kappa x - 18\kappa y - 9\kappa + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\stackrel{(+)}{\Rightarrow} -6\kappa x - 19\kappa y - 13\kappa = 0 \stackrel{\alpha \neq 2 \Rightarrow \kappa \neq 0}{\Rightarrow} 6x + 12y + 13 = 0$$

Άρα το σημείο τομής των δύο ευθειών κινείται σε σταθερή ευθεία, ανεξάρτητη του κ , την $6x + 12y + 13 = 0$