

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ

16.B1

$$\text{Είναι : } d(A, E) = 2 \cdot \frac{|6 \cdot 2 + 8 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 2 \cdot \frac{25}{10} = 5$$

16.B2

$$\text{Πρέπει : } \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow -\frac{\alpha}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = -6$$

16.B3

Αφού οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται σε σημείο του άξονα $x'x$ το κοινό σημείο τους έχει τεταγμένη 0.

Αρα λύνουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων και θέτουμε $y = 0$:

$$\begin{aligned} \begin{cases} (\lambda - 1)x + (3 - \lambda)y - \lambda = 0 \\ \lambda x - (\lambda - 1)y - 2\lambda = 0 \end{cases} &\stackrel{y=0}{\Rightarrow} \begin{cases} (\lambda - 1)x - \lambda = 0 \\ \lambda x - 2\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda x - x - \lambda = 0 \\ \lambda(x - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda x - x - \lambda = 0 \\ \lambda = 0 \text{ ή } x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda x - x - \lambda = 0 \\ \lambda = 0 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \lambda x - x - \lambda = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \lambda = 0 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \lambda = 2 \\ x = 2 \end{cases} \quad \text{άρα είτε } \lambda = 0 \text{ είτε } \lambda = 2 \end{aligned}$$

16.B4

α) Η κορυφή Δ είναι το σημείο τομής της πλευράς $A\Delta$ και της διαγωνίου $B\Delta$.

Αρα λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων τους :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta(-1, 1)$$

$$\beta) \text{ Είναι : } A\Gamma \perp B\Delta \Rightarrow \lambda_{A\Gamma} = \frac{-1}{\lambda_{B\Delta}} = \frac{-1}{1} = -1$$

Αρα η διαγώνιος $A\Gamma$, που διέρχεται από το $A(1, 4)$, έχει εξίσωση :

$$y - 4 = -1(x - 1) \Rightarrow y - 4 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 5$$

16.B5

$$\alpha) \text{ Είναι : } \lambda_{\varepsilon_1} = \frac{1}{2} \text{ και } \lambda_{\varepsilon_2} = -2$$

$$\text{Αρα : } \lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = -1 \Rightarrow \varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$$

Οπότε οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται κάθετα

β) Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$:

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\text{Αρα οι } \varepsilon_1, \varepsilon_2 \text{ τέμνονται στο } A\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

$$\gamma) d(A, \varepsilon_3) = \frac{\left|0 \cdot \frac{7}{5} + \frac{6}{5} \cdot 1 + 1\right|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{11}{5}$$

16.B6

α) Είναι : $\overrightarrow{AB} = (-1-1, 5-7) = (-2, -2)$

και $\overrightarrow{AG} = (3-1, 3-7) = (2, -4)$

Άρα : $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AG} \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |8+4| = 6$

β) i) Το μέσο M της BΓ έχει συντεταγμένες $M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{5+3}{2}\right) \Rightarrow M(1,4)$

ii) Η διάμεσος AM διέρχεται από τα σημεία A, M, άρα έχει εξίσωση $x=1$, αφού και τα δύο σημεία έχουν τετμημένη $x=1$

16.B7

α) Η ευθεία BΓ έχει συντελεστή διεύθυνσης : $\lambda = \frac{y_\Gamma - y_B}{x_\Gamma - x_B} = \frac{-2-6}{-1-3} = 2$

β) Το ύψος που άγεται από το A είναι κάθετα στην BΓ, άρα έχει συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{1}{2}$

και αφού διέρχεται από το A(2,5) θα έχει εξίσωση :

$$y-5 = -\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 6$$

γ) Είναι : $\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-5}{3-2} = 1$

Άρα : $\epsilon\phi\omega = 1 \Rightarrow \omega = 45^\circ$, η γωνία που σχηματίζει η AB με τον άξονα $x'x$

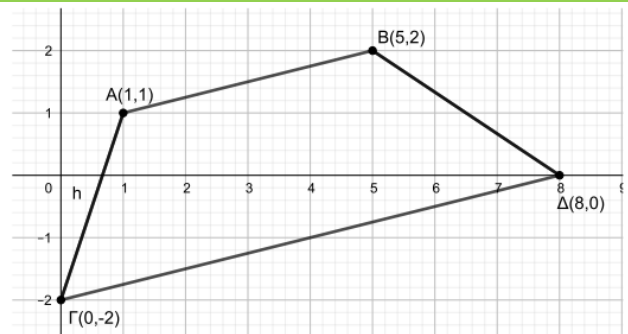
16.B8

α) Είναι : $\overrightarrow{AB} = (5-1, 2-1) = (4,1)$ και

$\overrightarrow{\Gamma\Delta} = (8-0, 0-(-2)) = (8,2)$

Άρα : $\overrightarrow{\Gamma\Delta} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{\Gamma\Delta} // \overrightarrow{AB}$

Άρα το τετράπλευρο ABΓΔ είναι τραπέζιο



β) Χωρίζουμε το τετράπλευρο ABΓΔ σε δύο τρίγωνα, τα $\triangle AB\Delta$ και $\triangle A\Gamma\Delta$

Άρα $(AB\Delta\Gamma) = (AB\Delta) + (A\Delta\Gamma) \Rightarrow$

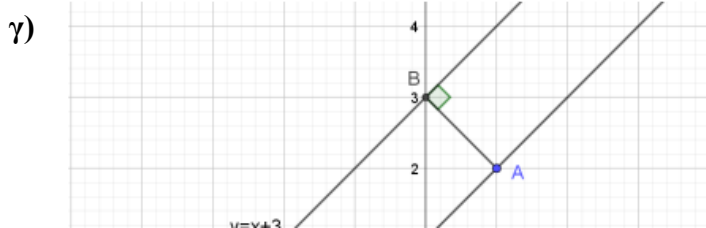
$$\Rightarrow (AB\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{B\Delta} \end{pmatrix} \right| + \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{\Gamma A} \\ \overrightarrow{\Gamma\Delta} \end{pmatrix} \right| \Rightarrow (AB\Delta\Gamma) = \dots = \frac{33}{2}$$

16.B9

α) Είναι : $\epsilon : x - y + 3 = 0$ Άρα : $d(A, \epsilon) = \frac{|1-2+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

β) $\epsilon // \eta \Rightarrow \lambda_\eta = \lambda_\epsilon = 1$ και αφού διέρχεται από το A, θα έχει εξίσωση :

$$y-2 = 1(x-1) \Rightarrow y = x+1$$



16.B10

α) Είναι : $\lambda_{\varepsilon_1} = -\frac{2}{3}$ και $\lambda_{\varepsilon_2} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

Άρα $\lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2} \Rightarrow \varepsilon_1 // \varepsilon_2$

β) Αρκεί να αποδείξουμε ότι οι συντεταγμένες του Α επαληθεύουν την εξίσωση της ε_1

Πράγματι είναι : $2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5 \Rightarrow 5 = 5$ που ισχύει

Άρα το Α ανήκει στην ευθεία ε_1

γ) Είναι : $\varepsilon_2 : 4x + 6y - 8 = 0 \Rightarrow 2x + 3y - 4 = 0$

Άρα : $d(A, \varepsilon_2) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 4|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

16.B11

α) Η ε σχηματίζει με τον $x'x$ γωνία $\frac{3\pi}{4}$, άρα είναι : $\lambda_{\varepsilon} = \varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$

και αφού η ε διέρχεται από το $A(-3, -1)$, έχει εξίσωση :

$$y - 1(-1) = -1(x - (-3)) \Rightarrow y + 1 = -x - 3 \Rightarrow y = -x - 4$$

β) Βρίσκουμε τα σημεία τομής της ε με τους άξονες :

- Για $x = 0$, $y = -4$ Άρα $B(0, -4)$

- Για $y = 0$, $x = -4$ Άρα $\Gamma(-4, 0)$

Οπότε : $(OB\Gamma) = \frac{(OB) \cdot (O\Gamma)}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$