

15.6 1)

Λίγο προσοχή εδώ διότι μία ευθεία που διέρχεται από το σημείο $M(3,2)$ μπορεί

- να έχει συντελεστή διεύθυνσης λ άρα έχει εξίσωση $\varepsilon_1: y-2=\lambda(x-3) \Leftrightarrow \lambda x-y-3\lambda+2=0$

$$\text{Οπότε } d(O, \varepsilon_1)=3 \Leftrightarrow \frac{|\lambda \cdot 0 - 0 - 3\lambda + 2|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 3 \Leftrightarrow |-3\lambda + 2| = 3\sqrt{\lambda^2 + 1} \Leftrightarrow |-3\lambda + 2|^2 = (3\sqrt{\lambda^2 + 1})^2 \Leftrightarrow$$

$$(-3\lambda + 2)^2 = 9\sqrt{\lambda^2 + 1}^2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \lambda = -\frac{5}{12} \text{ άρα } \varepsilon_1: -\frac{5}{12}x - y - 3\left(-\frac{5}{12}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow 5x + 12y - 39 = 0$$

- να μην έχει συντελεστή διεύθυνσης άρα έχει εξίσωση $\varepsilon_2: x=3$

Τώρα απλά υπολογίζουμε την απόσταση της ευθείας από την αρχή των αξόνων. Είναι οπότε

$$d(O, \varepsilon_2) \stackrel{\varepsilon_2: x=3 \Leftrightarrow x-3=0}{=} \frac{|0-3|}{\sqrt{1^2+0}} = 3 \text{ που σημαίνει ότι και η } \varepsilon_2 \text{ είναι μία από τις ζητούμενες ευθείες}$$

Τελικά οι ζητούμενες ευθείες είναι δύο η $\varepsilon_1: 5x + 12y - 39 = 0$ και η $\varepsilon_2: x = 3$

15.6 2)

Μία ευθεία που διέρχεται από το $M(-7,1)$ μπορεί

- να έχει συντελεστή διεύθυνσης λ ,

$$\text{άρα έχει εξίσωση : } \varepsilon_1: y-1=\lambda(x+7) \Rightarrow y=\lambda x+7\lambda+1 \Rightarrow y-\lambda x-7\lambda-1=0$$

$$\text{Οπότε : } d(O, \varepsilon_1)=5 \Rightarrow \frac{|0-\lambda \cdot 0-7\lambda-1|}{\sqrt{1^2+\lambda^2}} = 5 \Rightarrow |-7\lambda-1| = 5\sqrt{1^2+\lambda^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (7\lambda+1)^2 = 25(\lambda^2+1^2) \Rightarrow 49\lambda^2+14\lambda+1 = 25\lambda^2+25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24\lambda^2+14\lambda-24=0 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{4} \text{ ή } \lambda = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Άρα : } y - \frac{3}{4}x - 7 \cdot \frac{3}{4} - 1 = 0 \Rightarrow 4y - 3x - 25 = 0 \text{ ή } y + \frac{4}{3}x + 7 \cdot \frac{4}{3} - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y + 4x + 25 = 0$$

- Να μην έχει συντελεστή διεύθυνσης, άρα έχει εξίσωση $\varepsilon_2: x=-7$

Όμως η ευθεία αυτή απέχει απόσταση ίση με 7 από την αρχή των αξόνων, άρα την απορρίπτουμε