

15.3 1)

Έστω $A(\alpha, \beta)$ ένα από τα ζητούμενα σημεία. Τότε

- το A ανήκει στην ευθεία ε_1 , οπότε ικανοποιεί την εξίσωσή της, άρα ισχύει $\alpha - 2\beta - 1 = 0$ (1)
- το A απέχει από την ευθεία $\varepsilon_2: 4x - 3y + 1 = 0$ απόσταση ίση με 2 άρα

$$d(A, \varepsilon_2) = 2 \Leftrightarrow \frac{|4\alpha - 3\beta + 1|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2 \Leftrightarrow \frac{|4\alpha - 3\beta + 1|}{5} = 2 \Leftrightarrow |4\alpha - 3\beta + 1| = 10 \quad (2)$$

Λύνουμε τώρα το σύστημα των (1) και (2)

$$\begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 0 \\ |4\alpha - 3\beta + 1| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 0 \\ 4\alpha - 3\beta + 1 = 10 \text{ ή } 4\alpha - 3\beta + 1 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 0 \\ 4\alpha - 3\beta + 1 = 10 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 0 \\ 4\alpha - 3\beta + 1 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 1 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \alpha = -5 \\ \beta = -3 \end{cases}$$

Επομένως υπάρχουν δύο σημεία της ευθείας ε_1 που απέχουν απόσταση 2 από την ευθεία ε_2 , το $(3, 1)$ και το $(-5, -3)$

15.3 2)

Έστω $A(\alpha, \beta)$ ένα από τα ζητούμενα σημεία. Τότε :

- Το A ανήκει στην ευθεία ε , οπότε ικανοποιεί την εξίσωσή της, άρα ισχύει :
 $4\alpha - 3\beta - 4 = 0 \quad (1)$
- Το A από την ευθεία $\delta: x - 2y - 1 = 0$ απόσταση ίση με $\sqrt{5}$, άρα

$$d(A, \delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|\alpha - 2\beta - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |\alpha - 2\beta - 1| = 5 \quad (2)$$

Λύνοντας τώρα το σύστημα των (1), (2) :

$$\begin{cases} |\alpha - 2\beta - 1| = 5 \\ 4\alpha - 3\beta - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 5 \text{ ή } \alpha - 2\beta - 1 = -5 \\ 4\alpha - 3\beta - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = 5 \\ 4\alpha - 3\beta - 4 = 0 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \alpha - 2\beta - 1 = -5 \\ 4\alpha - 3\beta - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -4 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 4 \end{cases}$$

Άρα υπάρχουν δύο σημεία της ευθείας ε που απέχουν απόσταση ίση με $\sqrt{5}$ από την ευθεία δ , τα $(-2, -4)$ και $(4, 4)$

15.3 3)

Έστω $A(\alpha, \beta)$ είναι από τα ζητούμενα σημεία. Τότε :

- Το A ανήκει στην ε , οπότε ικανοποιεί την εξίσωσή της, άρα ισχύει :
 $3\alpha - \beta + 7 = 0 \quad (1)$
- Το A απέχει από την ευθεία $\delta: x + y - 1 = 0$ απόσταση ίση με $\sqrt{2}$, άρα :

$$d(A, \delta) = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|\alpha + \beta - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |\alpha + \beta - 1| = 2 \quad (2)$$

Λύνουμε τώρα το σύστημα των (1), (2) :

$$\begin{cases} 3\alpha - \beta + 7 = 0 \\ |\alpha + \beta - 1| = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - \beta + 7 = 0 \\ \alpha + \beta - 1 = 2 \quad \text{ή} \quad \alpha + \beta - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - \beta + 7 = 0 \\ \alpha + \beta - 1 = 2 \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 3\alpha - \beta + 7 = 0 \\ \alpha + \beta - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 4 \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

Άρα υπάρχουν δύο σημεία της ευθείας ε που απέχουν από την ευθεία δ απόσταση ίση με $\sqrt{2}$,
τα $(-1, 4)$ και $(-2, 1)$