

13.7 1)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Τότε προφανώς είναι

$$\begin{cases} x = 2\lambda - 2 \\ y = 3\lambda + 6 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Κάνουμε απαλοιφή του λ από τις παραπάνω εξισώσεις

$$x = 2\lambda - 2 \Rightarrow 2\lambda = x + 2 \Rightarrow \lambda = \frac{x+2}{2}$$

$$y = 3\frac{x+2}{2} + 6 \Rightarrow 2y = 3x + 6 + 12 \Rightarrow 3x - 2y + 18 = 0$$

Οπότε η ευθεία $3x - 2y + 18 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος

13.7 2)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου.

$$\text{Τότε προφανώς είναι : } \begin{cases} x = 4\lambda + 1 \\ y = \lambda + 2 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Κάνουμε απαλοιφή το λ από τις παραπάνω εξισώσεις :

$$\begin{cases} \lambda = y - 2 \\ x = 4(y - 2) + 1 \Rightarrow x = 4y - 8 + 1 \Rightarrow x - 4y + 7 = 0 \end{cases}$$

Οπότε η ευθεία $x - 4y + 7 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος

13.7 3)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου.

$$\text{Τότε προφανώς είναι : } \begin{cases} x = -2\lambda - 1 \\ y = 4 - \lambda \end{cases}$$

Κάνουμε απαλοιφή το λ από τις παραπάνω εξισώσεις :

$$\begin{cases} \lambda = 4 - y \\ x = -2(4 - y) - 1 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 4 - y \\ x = -8 + 2y - 1 \end{cases} \Rightarrow x - 2y + 9 = 0 \end{cases}$$

Οπότε η ευθεία $x - 2y + 9 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος

13.7 4)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου.

$$\text{Τότε προφανώς είναι : } \begin{cases} x = -3\lambda + 5 \\ y = -2\lambda + 1 \end{cases}$$

Κάνουμε απαλοιφή το λ από τις παραπάνω εξισώσεις :

$$\begin{cases} -2\lambda = y - 1 \\ x = -3\left(\frac{1-y}{2}\right) + 5 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1-y}{2} \\ 2x = -3 + 3y + 10 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases}$$

Οπότε η ευθεία $2x - 3y - 7 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος

13.7 5)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου.

Τότε προφανώς είναι :
$$\begin{cases} x = \lambda + 2 \\ y = -3\lambda + 1 \end{cases}$$

Κάνουμε απαλοιφή το λ από τις παραπάνω εξισώσεις :

$$\begin{cases} \lambda = x - 2 \\ y = -3(x - 2) + 1 \end{cases} \Rightarrow y = -3x + 6 + 1 \Rightarrow -3x - y + 7 = 0$$

Οπότε η ευθεία $-3x - y + 7 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος

13.7 6)

Έστω $M(x, y)$ ένα τυχαίο σημείο του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου.

Τότε προφανώς είναι :
$$\begin{cases} x = 3\lambda - 1 \\ y = 4 - 5\lambda \end{cases}$$

Κάνουμε απαλοιφή το λ από τις παραπάνω εξισώσεις :

$$\begin{cases} 3\lambda = x + 1 \\ y = 4 - 5\left(\frac{x+1}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{x+1}{3} \\ 3y = 12 - 5x - 5 \end{cases} \Rightarrow 5x + 3y - 7 = 0$$

Οπότε η ευθεία $5x + 3y - 7 = 0$ είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος